

MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL CRECIMIENTO POBLACIONAL DE *Ceratitis capitata* EN ESTADO SALVAJE Y CON TÉCNICA DEL INSECTO ESTÉRIL

María Victoria Gayá Tosoni

INGENIERÍA EN RECURSOS NATURALES RENOVABLES
TESIS DE GRADO

FCA, UNCUIYO

Mendoza, Argentina 2025

Título:

MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL CRECIMIENTO POBLACIONAL DE
Ceratitis capitata EN ESTADO SALVAJE Y CON TÉCNICA DEL INSECTO
ESTÉRIL

Tesista:

Gayá Tosoni, María Victoria

mvgayatosoni@gmail.com

Dicrector:

Mg. Prof. Bageta, Carlos Rubén

cbageta@fca.uncu.edu.ar

Co-director:

Lic. Ceconato, Adrián

aceconato@fca.uncu.edu.ar

Comisión Evaluadora:

Mg. Ing. Alberto, Marcelo Eduardo

malberto@fca.uncu.edu.ar

Ing. Barzola Elizagaray, Pehuén

pbarzola@fca.uncu.edu.ar

Dra. Sartor, Carmen Elena

csartor@fca.uncu.edu.ar

Resumen

La mosca del Mediterráneo (*Ceratitis capitata*) constituye una de las principales plagas agrícolas en Mendoza. Como tal implica daños económicos y restricciones cuarentenarias para la producción frutícola de la provincia. El Instituto de Sanidad y Calidad Agropecuaria Mendoza (ISCAMEN) lleva adelante un programa de erradicación cuya principal estrategia de manejo es la aplicación de Técnica del Insecto Estéril (TIE).

El objetivo general del trabajo fue modelar el crecimiento de la población de *C. capitata* bajo intervención biológica utilizando la TIE. Para ello, se propuso, en primer lugar, formular un modelo matemático que describa el crecimiento poblacional considerando la liberación de machos estériles. Posteriormente, se buscó identificar y calibrar los parámetros más representativos del modelo a partir de datos experimentales y bibliográficos.

Se desarrolló un modelo determinístico basado en ecuaciones diferenciales ordinarias no autónomo que describe la dinámica de la población de *C. capitata* considerando dos grupos las poblaciones de moscas fértiles (sin distinción de sexos) y de moscas estériles liberadas. El modelo incorpora una tasa de desarrollo variable que está asociada a la temperatura y por medio de esta al tiempo. Además, incluye el efecto competitivo de los machos estériles sobre los fértiles. Los parámetros biológicos fueron estimados a partir de una calibración con registros poblacionales proporcionados por ISCAMEN de la campaña 2020/2021 correspondientes al departamento de Guaymallén, Mendoza, Argentina. La validación se llevó a cabo mediante comparación entre resultados simulados y datos poblacionales relevados en la campaña 2018/2019 y el mismo departamento.

El modelo desarrollado reprodujo de manera satisfactoria la dinámica poblacional observada de *C. capitata* en el área de estudio. La calibración permitió obtener un buen ajuste estadístico de los parámetros estimados, reflejando coherencia con los datos de campo. La incorporación de una tasa de desarrollo variable para la población de moscas fértiles en el tiempo permitió representar con mayor precisión las fluctuaciones en la abundancia de individuos fértiles a lo largo de los períodos analizados. Las simulaciones obtenidas describieron con precisión las fluctuaciones en los grupos de moscas fértiles y estériles. También, a partir del modelo se pudo definir, en función de los parámetros estimados, los momentos en que las poblaciones fértiles y estériles alcanzan sus máximos en la tasa de desarrollo y en la liberación, respectivamente. Y su posterior cálculo a partir de los valores ajustados de dichos parámetros.

El trabajo realizado constituye un aporte significativo al desarrollo de modelos biomatemáticos aplicados al estudio de *C. capitata*, al incorporar una tasa de desarrollo variable en el tiempo que permite recuperar la característica voltínica propia de la especie. En la literatura consultada no se registran antecedentes de modelos que integren esta formulación con la Técnica del Insecto Estéril, lo que representa una contribución novedosa al campo. Asimismo, este estudio se distingue por la utilización de datos reales obtenidos en campo, aspecto poco abordado en los modelos previos, lo que fortalece la conexión entre la modelación teórica y la realidad biológica del sistema. Desde una perspectiva práctica, el modelo propuesto puede servir como herramienta de apoyo en la planificación y evaluación de estrategias de control y manejo.

Palabras clave

Ceratitis capitata, ecología matemática, TIE, crecimiento poblacional.

Abstract

The Medfly (*Ceratitis capitata*) constitutes one of the main agricultural pests in Mendoza. As such, it causes economic damage and quarantine restrictions for the province's fruit production. The Institute for Plant Health and Agricultural Quality of Mendoza (ISCAMEN) carries out an eradication program whose main management strategy is the application of the Sterile Insect Technique (SIT).

The general objective of this work was to model the population growth of *C. capitata* under biological intervention using SIT. To achieve this, the first step was to formulate a mathematical model that describes population growth considering the release of sterile males. Subsequently, the goal was to identify and calibrate the most representative model parameters based on experimental and bibliographic data.

A deterministic model based on non-autonomous ordinary differential equations was developed to describe the population dynamics of *C. capitata*, considering two groups: the population of fertile flies (without sex distinction) and the population of released sterile flies. The model incorporates a variable developmental rate associated with temperature and, through it, with time. Furthermore, it includes the competitive effect of sterile males over fertile ones. Biological parameters were estimated through calibration using population records provided by ISCAMEN from the 2020/2021 campaign corresponding to the department of Guaymallén, Mendoza, Argentina. Validation was carried out by comparing simulated results with population data collected during the 2018/2019 campaign from the same department.

The developed model satisfactorily reproduced the observed population dynamics of *C. capitata* in the study area. Calibration yielded a good statistical fit of the estimated parameters, showing consistency with field data. The inclusion of a variable developmental rate for the fertile fly population over time allowed for a more accurate representation of fluctuations in the abundance of fertile individuals throughout the analyzed periods. The obtained simulations accurately described the fluctuations in the fertile and sterile fly groups. Additionally, based on the model, it was possible to determine, according to the estimated parameters, the moments at which the fertile and sterile populations reached their respective peaks in developmental rate and release. These moments were subsequently calculated using the adjusted parameter values.

The work conducted represents a significant contribution to the development of biomathematical models applied to the study of *C. capitata*, as it incorporates a time-dependent developmental rate that captures the multivoltine characteristic of the species. The reviewed literature shows no previous models integrating this formulation with the Sterile Insect Technique, making this a novel contribution to the field. Moreover, this study stands out for its use of real field data, a rarely addressed aspect in previous models, thereby strengthening the connection between theoretical modeling and the biological reality of the system. From a practical perspective, the proposed model may serve as a valuable tool to support the planning and evaluation of control and management strategies.

Key words

Ceratitis capitata, mathematical ecology, SIT, population growth.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres, Cecilia y Juan Pablo, mi hermano, Francisco, y mi tía, Magdalena fueron y son apoyo constante en mi vida.

A mi familia por estar presente y acompañarme a lo largo de esta y todas las estas de mi vida. En especial a mis abuelos, Juan y Cuqui, por su interés y cariño a lo largo de todo este proceso.

A Silvia, Naly y Julieta; que me sostuvieron durante todo el camino.

A mis amigas, Aimé, Ailén, Ingrid, Vale, Guille y Natu; que me acompañaron antes y durante mi carrera y espero sigan acompañándome después.

A mis compañeros y amigos de carrera y tantas buenas personas con las que he compartido charlas, cursadas, mates y risas en la FCA. Muchas veces el esfuerzo y la voluntad individual son insuficientes. Ustedes me ayudaron en todos esos momentos.

A los docentes de la FCA por generar un excelente espacio de aprendizaje técnico y humano.

A Rubén y Adrián por su apoyo en este proceso, principalmente por contestar cada una de mis dudas todas las veces que fue necesario de la manera más amable.

A Carmen, Pehuén y Marcelo que hicieron del proceso de corrección un aprendizaje que valoro muchísimo.

Gracias.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Problemática de estudio	1
1.2. Objetivos e hipótesis.....	4
1.2.1. Objetivos	4
1.2.1.1. General.....	4
1.2.1.2. Específicos	4
1.2.2. Hipótesis.....	4
1.3. Marco teórico.....	4
1.3.1. Ceratitis capitata.....	4
1.3.1.1. Ciclo de vida	4
1.3.1.2. Voltinismo	5
1.3.2. Estrategia de manejo con Técnica del Insecto Estéril (TIE)	6
1.3.2.1. Generalidades	6
1.3.2.2. Técnica del Insecto Estéril en Mendoza.....	9
1.3.3. Ecología de poblaciones.....	10
1.3.4. Modelación matemática.....	11
1.3.4.1. Antecedentes de aplicación de modelos matemáticos a TIE.....	11
2. Materiales y métodos (sumar toma de muestras)	13
2.1. Base de datos.....	13
2.2. Formulación del modelo.....	14
2.3. Análisis cualitativo	16
2.4. Análisis numérico.....	16
2.4.1. Estimación inicial de parámetros	17
2.4.2. Precalibración.....	17
2.4.3. Calibración automatizada	18
2.4.4. Validación	18
3. Resultados y discusión	20
3.1. Formulación matemática.....	20
3.2. Análisis cualitativo	23
3.2.1. Análisis del comportamiento de las soluciones del sistema	23
3.3. Análisis numérico.....	26
3.3.1. Estimación inicial de parámetros	26
3.3.2. Precalibración.....	27
3.4. Calibración automatizada	29
3.5. Validación	31
3.5.1. Validación predictiva.....	31

3.5.2. Validación estructural.....	32
4. Conclusiones	34
5. Financiaminto	36
6. Bibliografía.....	37
7. Anexo	40

Índice de tablas

Tabla 1: Proporciones mínimas recomendadas de liberación inicial en función del objetivo del programa.	8
Tabla 2: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los valores calculado para la tasa de Brière para la mosca del Mediterráneo durante la campaña 2020/2021, en Guaymallén.....	21
Tabla 3: Valores de los parámetros ajustados producto de la calibración manual inicial del modelo.	27
Tabla 4: Resultado análisis de sensibilidad.....	27
Tabla 5: Clasificación de parámetros por su sensibilidad.	28
Tabla 6: Selección de resultados de interés del análisis de multicolinealidad.....	28
Tabla 7: Resultado análisis de correlación de los parámetros del modelo.	28
Tabla 8: Selección de parámetros según su sensibilidad, correlación y multicolinealidad.	29
Tabla 9: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los datos de la campaña 2020/2021.	30
Tabla 10: Valores de correlación entre los parámetros ajustados por medio de calibración automatizada para el conjunto de datos 2020/2021.....	30
Tabla 11: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los datos de la campaña 2018/2019.	32
Tabla 12: Valores de correlación entre los parámetros ajustados por medio de calibración automatizada para el conjunto de datos 2018/2019.....	33

Índice de Figuras

Figura 1: Resumen esquemático del proceso de cálculo de la tasa de desarrollo variable $r(T(t))$	16
Figura 2: Tasa de crecimiento calculada a partir de la fórmula de Brière para C. capitata en el departamento de Guaymallén, durante la campaña 2020/2021 en función del tiempo y una curva cuadrática ajustada a la misma.	21
Figura 3: Comportamiento de la tasa de desarrollo a lo largo del tiempo.	26
Figura 4: Ajuste inicial del modelo a los datos de ISCAMEN que resulta de la calibración manual.	27
Figura 5: Ajuste final del modelo a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2020/2021 para C. capitata.	29
Figura 6: Ajuste del modelo a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2018/2019 para C. capitata con los parámetros estimados en la calibración automatizada.	31
Figura 7: Ajuste final del modelo, generada por la validación estructural, a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2018/2019 para C. capitata.	32

Índice de ecuaciones

Ecuación 1	14
Ecuación 2	15
Ecuación 3	15
Ecuación 4	22
Ecuación 5	22
Ecuación 6	22
Ecuación 7	22
Ecuación 8	22
Ecuación 9	24
Ecuación 10	25
Ecuación 11	30
Ecuación 12	33

1. Introducción

1.1. Problemática de estudio

La mosca del Mediterráneo, mosca de la fruta, especie *Ceratitis capitata* (Wiedemann) del orden Diptera y la familia Tephritidae es una especie originaria de África que se ha extendido a regiones templadas, subtropicales y tropicales de todo el mundo. Se encuentra en gran parte de África, América (Centroamérica, México, California, Hawái y Sudamérica, excepto Chile y Surinam), Asia (Oriente Medio), Europa (principalmente la cuenca Mediterránea) y Oceanía (Australia) (Juan Blasco, 2012).

Se trata de una especie muy polífaga, capaz de infestar un gran número de hospederos. Su capacidad para cambiar de hospedero a lo largo del año y la habilidad de los adultos para sobrevivir largos periodos y dispersarse rápidamente son clave para su éxito. Los adultos necesitan encontrar frutos maduros para que las larvas puedan desarrollarse en su interior (Juan Blasco, 2012).

La mosca del Mediterráneo es considerada una de las plagas agrícolas más dañinas a nivel mundial para estos cultivos, atacando a más de 250 especies vegetales. En Argentina, las especies afectadas son: arándano, babaco, carambola, cerezo, chirimoya, ciruelo, cítricos (cidra, calamondín, kumquat, lima dulce, lima, mandarina, mineola, naranja, naranja agria, pomelo), damasco, durazno, frambuesa, granada, guanabana, guayaba, higo, kiwi, kaki, litchi, locoto, lúcuma, mango, manzana, maracuyá, membrillo, nectarina, níspero, olivo maduro, palta, papaya, pasionaria, pepino dulce, pera, pimienta, tomate de árbol, tuna, uchuba y uva. (ISCAMEN, 2024b). Su presencia representa una amenaza constante para la producción agrícola, la sanidad y la calidad, condicionando el acceso a mercados internacionales (ISCAMEN, 2024a).

Su éxito como plaga se debe a varias características clave: alta capacidad reproductiva, polifagia, gran capacidad de dispersión y adaptabilidad. Se trata de una especie con alta capacidad reproductiva que presenta un ciclo de vida con múltiples generaciones al año (multivoltinico) y una capacidad de multiplicarse velozmente. La polifagia se entiende como la capacidad de infestar un rango muy amplio de hospederos, con más de 250 especies vegetales registradas a nivel mundial. Los adultos pueden moverse largas distancias de forma natural, hasta 25km, y sobrevivir varios meses en condiciones desfavorables. También se dispersa indirectamente como larva dentro de la fruta infestada. Esto le otorga una importante aptitud de dispersión. Además, ha demostrado una gran capacidad para colonizar y adaptarse a regiones templadas, subtropicales y tropicales de todo el mundo, mostrándose como una especie muy adaptable (ISCAMEN, 2024b; Juan Blasco, 2012; Calcagno, 2001).

Los daños directos incluyen, en primer lugar, la picadura de puesta: para depositar los huevos, la hembra perfora la piel del fruto y crea un pequeño orificio que desencadena una reacción necrótica en los tejidos y disminuye el valor comercial del producto. Así mismo, las larvas se alimentan de la pulpa del fruto, provocando su descomposición, oxidación y maduración prematura, lo que a menudo causa su caída del árbol. Por otra parte, los orificios de puesta y de salida de las larvas sirven como puerta de entrada para microorganismos que aceleran la pudrición del fruto, dando lugar a infecciones secundarias.

Más allá de estos daños directos sobre el fruto y su valor comercial, *C. capitata* es también una plaga de importancia cuarentenaria para muchos países. Las barreras cuarentenarias están directamente relacionadas con la prevención de la introducción y diseminación de plagas, y constituyen una función clave dentro de un Sistema de Cuarentena Vegetal. Su objetivo principal es proteger el patrimonio vegetal y las exportaciones agrícolas de un país frente a la entrada de nuevas plagas y enfermedades que pueden causar estragos en la agricultura y la economía (FAO, 2011). Los países libres de una plaga imponen protocolos de cuarentena y exportación muy restrictivos a los países donde la plaga está presente (Juan Blasco, 2012). Estos protocolos (como los tratamientos de frío) aumentan los costos y pueden afectar la calidad de la fruta (ISCAMEN, 2024b). Entonces, lograr el reconocimiento como "Área Libre de Moscas de los Frutos" (ALMF) permite exportar sin tratamientos cuarentenarios, aumentando la rentabilidad de los productores (ISCAMEN, 2024a).

Mendoza es una de las principales provincias productoras de alimentos agrícolas de Argentina, destacando como la principal productora de frutales del país, con un 21% de la superficie nacional (aproximadamente 75600 hectáreas). Las principales especies frutales son olivo, ciruela, durazno, pera, manzana, nogal, almendro y cerezo. Además, es la segunda provincia productora de hortalizas (ISCAMEN, 2024a).

En la provincia, *C. capitata* es una amenaza constante para la producción. La provincia cuenta con un exitoso Programa de Erradicación gestionado por Instituto de Sanidad y Calidad Agropecuaria de Mendoza (ISCAMEN), que ha logrado que el 70% de su territorio (Oasis Sur y Valle de Uco) sea reconocido como "Área Libre de Moscas de los Frutos" por organismos internacionales. Los Oasis Norte y Este son considerados "Áreas de Escasa Prevalencia" (ISCAMEN, 2024a; 2024b).

El Programa de Erradicación que lleva a cabo el ISCAMEN se enmarca en un Manejo Integrado de Plagas (MIP), el cual combina distintos métodos para lograr un mayor control con un impacto ambiental mínimo. El objetivo principal es la erradicación de la plaga de los oasis productivos de la provincia de Mendoza, lo que permite el reconocimiento internacional como Área Libre de Moscas de los Frutos, estatus fundamental para que la producción frutihortícola local pueda acceder sin restricciones cuarentenarias a mercados internacionales competitivos (ISCAMEN, 2016; 2024a; 2024b).

La estrategia de manejo de ISCAMEN se compone de los siguientes métodos principales:

- Técnica del Insecto Estéril (TIE): es el pilar de la estrategia de manejo en Mendoza. Este método consiste en la cría masiva, esterilización y posterior liberación de grandes cantidades de machos de la mosca del Mediterráneo. Estos machos estériles compiten con los machos silvestres para aparearse con las hembras silvestres. Cuando una hembra fértil se aparea con un macho estéril, los huevos que pone son inviables, lo que interrumpe el ciclo biológico de la plaga y reduce su población. El proceso se lleva a cabo en la Bioplanta de Producción de Insectos Estériles de Mendoza, una de las más importantes a nivel mundial. La TIE es más eficiente en densidades bajas de la plaga, por lo que no se aplica como método único, sino como un elemento complementario dentro del MIP (Juan Blasco, 2012; ISCAMEN, 2016; 2024a; 2024b).
- Control Químico: se basa en el comportamiento alimenticio de la mosca, utilizando un insecticida-cebo. Este cebo combina un insecticida de muy baja toxicidad con un atrayente alimenticio (proteína hidrolizada). Se hace una

aplicación selectiva en un pequeño sector del árbol a modo de "spot". Este método es altamente selectivo, no presenta riesgo para personas ni animales domésticos, y tiene un poder residual de aproximadamente 7 días (ISCAMEN, 2024a; 2016).

- Control Cultural: se enfoca en eliminar los lugares donde la plaga puede sobrevivir y reproducirse, interrumpiendo así su ciclo biológico. ISCAMEN promueve la colaboración tanto de productores como de la población urbana con las siguientes prácticas: recolección de frutos y manejo de suelo. La primera consiste en recoger y destruir todos los frutos sospechosos de ataque o los que queden en la planta después de la cosecha, especialmente cítricos en patios de casas, ya que sirven de refugio invernal para la plaga. La segunda implica realizar laboreo superficial del suelo en invierno para exponer las pupas al frío y a depredadores, y efectuar riegos por inundación en primavera para provocar la asfixia de las mismas (ISCAMEN, 2016; 2024a).
- Control Legal y Cuarentena: para proteger las áreas libres o de escasa prevalencia de la reinfestación, ISCAMEN implementa un Sistema Integral de Control a través de Barreras Sanitarias. A este fin, se han instalado puestos de control en todos los límites provinciales que operan las 24 horas del día, los 365 días del año. En ellos, se impide el ingreso de frutas y hortalizas frescas a la provincia sin la debida certificación para proteger la sanidad de la producción local (ISCAMEN, 2016).
- Monitoreo y detección: para evaluar la efectividad de las acciones y detectar focos de la plaga, ISCAMEN utiliza un sistema de trampeo y muestreo. En concreto, la red de trampeo consta de 4600 trampas en los cuatro oasis productivos de la provincia, las cuales se revisan semanalmente. Se utilizan trampas tipo Jackson (pegajosas con atrayente sexual) y McPhail (líquidas con atrayente alimenticio). Por otro lado, se recolectan semanalmente frutos sospechosos para detectar la plaga en sus estados inmaduros (huevo/larva) e intensificar las acciones de control en los puntos de detección (ISCAMEN, 2016).

La TIE constituye actualmente el pilar del programa de control y erradicación de *Ceratitis capitata* que implementa ISCAMEN en Mendoza. En este contexto, comprender cómo responde la dinámica poblacional de *C. capitata* a la liberación masiva de machos estériles resulta fundamental para optimizar las estrategias de intervención, maximizar la eficiencia del programa y sostener el estatus fitosanitario alcanzado.

A partir de la revisión bibliográfica realizada, no se identificaron modelos matemáticos que describan específicamente la dinámica poblacional de *C. capitata* bajo control mediante TIE en las condiciones de Mendoza. Los trabajos existentes, si bien aportan marcos teóricos valiosos, se basan en supuestos y estructuras que no coinciden con la estrategia de manejo aplicada por ISCAMEN, particularmente en lo referido a la liberación sistemática de machos estériles y al enfoque operativo del programa provincial. Esta falta de modelos compatibles con el esquema de control local dificulta la evaluación cuantitativa de la efectividad de la TIE y limita la capacidad de proyectar escenarios de manejo acordes a la realidad mendocina.

En este marco, la presente tesis propone y calibra un modelo determinístico, estructurado en poblaciones de adultos silvestres e introducidos, que describe el crecimiento poblacional de *C. capitata* bajo intervención con la TIE en el departamento de Guaymallén. Este modelo busca aportar una herramienta cuantitativa que permita interpretar el comportamiento de la plaga frente a distintas intensidades de liberación de machos estériles y establecer un puente entre la problemática planteada en la

introducción y los objetivos e hipótesis del trabajo. Así, el desarrollo del modelo constituye no solo una contribución metodológica, sino también un insumo potencial para el diseño y la optimización de estrategias de control en la provincia.

1.2. Objetivos e hipótesis

1.2.1. Objetivos

1.2.1.1. General

Modelar el crecimiento de la población de *C. capitata* con intervención utilizando TIE.

1.2.1.2. Específicos

- Plantear modelos para el crecimiento poblacional de *C. capitata* con intervención utilizando TIE.
- Identificar y calibrar parámetros de los modelos considerados.

1.2.2. Hipótesis

Dadas las características multivoltinas y el comportamiento reproductivo de *C. capitata*, la dinámica poblacional observada puede ser explicada mediante un modelo matemático de crecimiento continuo que incorpore la estructura de adultos salvajes y adultos estériles introducidos bajo la Técnica del Insecto Estéril (TIE).

1.3. Marco teórico

1.3.1. *Ceratitis capitata*

1.3.1.1. Ciclo de vida

La mosca del Mediterráneo es un insecto del orden Díptera que presenta una metamorfosis completa u holometábola. Esto significa que su ciclo biológico atraviesa cuatro estados de desarrollo claramente diferenciados: huevo, larva, pupa y adulto. La duración total del ciclo, desde la puesta del huevo hasta la emergencia del adulto, así como la longevidad, depende en gran medida de factores ambientales como la temperatura y la humedad (Juan Blasco, 2012; ISCAMEN, 2024a; Solares Ramírez, 2018).

A continuación, se describen las fases del ciclo de vida:

- Huevo: el ciclo comienza cuando una hembra adulta fecundada busca un fruto hospedero adecuado, generalmente uno que esté próximo a madurar y deposita los huevos bajo la corteza del fruto. Una hembra puede poner entre 1 y 12 huevos por cada orificio y hasta un total de 300 a 800 huevos a lo largo de su vida. La duración de esta fase es muy variable según la temperatura. En condiciones favorables (24-26°C), la incubación puede durar de 1.5 a 3 días. En climas de verano puede durar de 2 a 7 días, mientras que en invierno se alarga de 20 a 30 días (Juan Blasco, 2012; ISCAMEN, 2024a; Charcopa Baque, 2020).
- Larva: pasa por tres estadios (L1, L2 y L3), diferenciados por el desarrollo de su aparato bucal. Su desarrollo completo puede durar de 6 a 11 días a temperaturas de entre 13°C y 28°C. Una vez que la larva alcanza su completo desarrollo (L3), abandona el fruto saltando de él para buscar un lugar donde transformarse en pupa (Juan Blasco, 2012; ISCAMEN, 2024a; Solares Ramírez, 2018; Charcopa Baque, 2020).
- Pupa: la larva se entierra superficialmente en el suelo o en el sustrato disponible (generalmente a 2-3 cm de profundidad) para realizar la pupación. Durante esta

fase, la cutícula de la larva se endurece y oscurece, formando una cápsula protectora de forma elipsoidal llamada pupario. En condiciones óptimas (24-26°C), esta fase puede durar entre 6 y 13 días. En condiciones más frías (alrededor de 21°C), puede extenderse a unos 19 días. Durante el invierno en Mendoza, la mosca puede sobrevivir en este estado (Juan Blasco, 2012; ISCAMEN, 2024a; 2024b; Solares Ramírez, 2018; Charcopa Baque, 2020).

- Adulto: emergen del pupario y necesitan un tiempo para secarse y desplegar sus alas antes de volar. Los adultos se alimentan de azúcares y proteínas. Alcanzan la madurez sexual entre los 7 y 12 días de edad. La vida de un adulto puede variar mucho. En climas cálidos, pueden vivir de 1 a 2 meses. Sin embargo, bajo condiciones favorables de alimento, agua y temperaturas frescas, algunos pueden vivir hasta 6 meses o incluso más (Charcopa Baque, 2020; ISCAMEN, 2024b; 2024a; Juan Blasco, 2012).

La cópula en *C. capitata* es un proceso complejo que ocurre después de que los adultos alcanzan la madurez sexual y está estrechamente ligado a un sistema de apareamiento basado en agregaciones de machos conocidas como leks, es decir, agregaciones de machos que se juntan para copular. Desde el lek, los machos producen un conjunto de señales olfativas, acústicas y visuales para atraer a las hembras (Juan Blasco, 2012; Calcagno, 2001).

Una vez que la hembra es atraída al lek, se inicia el cortejo. La hembra elige su pareja basándose en características relacionadas con el rendimiento del macho (cantidad y calidad de feromona, y comportamiento durante el cortejo) y su apariencia externa (simetría del cuerpo, estado de las alas) (Juan Blasco, 2012; Calcagno, 2001).

Durante la cópula tiene lugar la transferencia de esperma y secreciones de las glándulas accesorias del macho. El esperma es depositado en las espermatecas de la hembra. Una sola cópula es generalmente suficiente para fertilizar todos los huevos de la hembra durante su vida, ya que ella almacena el esperma. La transferencia de semen (que incluye esperma y proteínas de las glándulas accesorias) tiene la capacidad de influir sobre la receptividad de la hembra, inhibiendo o retrasando el reapareamiento. Si la transferencia es ineficaz o el tiempo de cópula es corto, la hembra puede buscar copular de nuevo (Juan Blasco, 2012; Calcagno, 2001).

1.3.1.2. Voltinismo

En biología, el término voltinismo se refiere al número de generaciones que un organismo completa en un año. Este concepto es permite comprender el ciclo biológico y las estrategias vitales de distintas especies, especialmente en insectos. Las especies se clasifican según el número de ciclos vitales que completan anualmente en: univoltinas, bivoltinas, trivoltinas, multivoltinas, emivoltinas y paravoltinas (Cuadrado, 2016).

El concepto de voltinismo tiene implicancias en el manejo de plagas agrícolas. Un alto número de generaciones anuales (alto voltinismo) en un insecto-plaga es indeseable por varias razones, entre la que se destacan: mayor tasa de evolución (mutaciones), desarrollo de resistencia (a insecticidas, por ejemplo) y mayor impacto económico (un mayor número de generaciones se traduce en poblaciones de mayor tamaño) (Teixeira Caixeta et al., 2024).

C. capitata es una especie de díptero que se considera multivoltina, lo que significa que completa más de tres generaciones en un solo año (Quesada Moraga, 2011). Esta alta capacidad de reproducción se enmarca en lo que se conoce como una estrategia reproductiva de tipo "r", caracterizada por una elevada capacidad de multiplicación y dispersión para explotar recursos que son efímeros y poco predecibles, como las frutas maduras (García Marí, 2003).

El número de generaciones anuales (voltinismo) se ve directamente afectado por la temperatura. Un incremento en la temperatura acelera los coeficientes de desarrollo, lo que resulta en un mayor número de generaciones por año. Por ello, se considera que el calentamiento global y las consecuentes temperaturas más elevadas pueden agravar el ataque de esta plaga (Quesada Moraga, 2011; Teixeira Caixeta et al., 2024). Aunque la mosca puede desarrollarse en un amplio rango de temperaturas (aproximadamente de 12°C a 39°C), 22°C es la temperatura óptima para maximizar su potencial reproductivo y la supervivencia de su descendencia en condiciones de laboratorio (Muñiz M y Gil, 1984).

A nivel poblacional, el término "vuelos" se refiere a los periodos de aparición y actividad de la población adulta de insectos. En la mosca del Mediterráneo su actividad de vuelo está fuertemente condicionada por la temperatura y la disponibilidad de frutos maduros (Teixeira Caixeta et al., 2024). El comportamiento de vuelo de los adultos de *C. capitata* está regulado por factores ambientales, siendo la temperatura el factor limitante más importante, lo que confina la actividad sexual a las horas más cálidas del día (Calcagno, 2001). La aparición y magnitud de estos picos dependen de la presencia o ausencia de diversas variedades de frutales cuya maduración sea de forma escalonada en el transcurso del año, asegurando un suministro de recurso casi ininterrumpido a los individuos (Lanzavecchia et al., 2008).

Para estudiar los vuelos de una especie, se realizan conteos periódicos de los adultos a lo largo del año. Los momentos en que se registra un "pico de abundancia" se asumen como el periodo de vuelo máximo de una generación (Cuadrado, 2016).

1.3.2. Estrategia de manejo con Técnica del Insecto Estéril (TIE)

1.3.2.1. Generalidades

La Técnica del Insecto Estéril, también conocida como control autocida, es un método de control genético de plagas. Su principio se basa en la cría masiva de insectos de una especie plaga, su esterilización mediante radiación y su liberación sostenida y en grandes áreas. El objetivo es que estos insectos estériles, que deben ser sexualmente competitivos, se apareen con los individuos silvestres de la misma especie. Cuando una hembra silvestre se aparee con un macho estéril, no producirá descendencia viable, lo que reduce progresivamente el potencial reproductivo de la población plaga hasta llevarlo a cero, logrando así su erradicación en una región determinada. (Vera, 2016; Zavala-López et al., 2017). La erradicación rara vez se logra y, en cambio, se suele lograr controlarla por debajo de un umbral de daño económico, es decir, densidad poblacional a la que se debe iniciar una acción de control para evitar que la población de la plaga (o el daño que causa) alcance el Nivel de Daño Económico (NDE). Entendiendo como NDE la densidad poblacional más baja de la plaga que causará Daño Económico (DE), o sea, nivel de perjuicio en el que el costo del deterioro al cultivo es igual al costo del control (FAO, 2017).

El éxito de la TIE depende de que una alta proporción de hembras salvajes copulen con machos estériles competitivos, lo que resulta en una disminución o impedimento de su

descendencia. Al reproducirse con machos estériles, las hembras reducen su apareamiento aunque no llenan sus espermatecas, produciendo menor cantidad de huevos y, en consecuencia, reduciendo su descendencia (Juan Blasco, 2012).

Para que un programa TIE sea exitoso, deben cumplirse varios requisitos fundamentales:

- Enfoque de "Grandes Áreas" (Area-Wide): la TIE debe aplicarse en una zona geográfica delimitada, atacando a toda la población de la plaga, incluyendo refugios en hospederos alternativos y áreas urbanas. Es crucial controlar las vías de reinfestación, por ejemplo, mediante puestos de cuarentena o estableciendo "áreas buffer" con liberación de machos estériles para crear barreras (Vera, 2016; Zavala-López et al., 2017).
- Reducción de la población Inicial: la TIE es más efectiva cuando la población silvestre de la plaga es baja. Por ello, los programas de erradicación suelen comenzar con otras medidas de control (como el control químico) para reducir significativamente la densidad de la plaga antes de iniciar la liberación de los insectos estériles (Vera, 2016).
- Cría Masiva y Calidad del Insecto: es indispensable contar con biofábricas capaces de producir grandes cantidades de insectos a bajo costo. La calidad de estos insectos es crucial: deben ser sexualmente competitivos, es decir, capaces de sobrevivir en el campo, encontrar pareja y aparearse exitosamente con las hembras silvestres. La calidad del producto se verifica mediante rigurosos controles (Vera, 2016; Zavala-López et al., 2017).
- Esterilización Eficaz: la esterilidad se induce comúnmente mediante radiaciones ionizantes, como los rayos gamma (emitidos por Cobalto-60 o Cesio-137) o los rayos X. La radiación daña los cromosomas del esperma, de modo que cuando un macho irradiado fecunda los huevos de una hembra silvestre, el desarrollo del embrión se interrumpe y muere. La dosis de radiación debe ser suficiente para esterilizar al insecto, pero minimizando los efectos adversos sobre su longevidad y comportamiento (Vera, 2016).

Una vez que los insectos son criados y esterilizados (generalmente en estado de pupa), comienza una fase logística compleja necesaria para una liberación eficiente:

- Empaque y Transporte: las pupas estériles son empacadas cuidadosamente para su transporte desde la biofábrica hasta los centros de emergencia y liberación. Se utilizan diversos contenedores con refrigerantes, para mantener una temperatura controlada (entre 16-20 °C) y evitar daños. Para distancias largas, se usan condiciones de hipoxia para detener el metabolismo del insecto durante el viaje (Zavala-López et al., 2017).
- Emergencia y Mantenimiento: en el centro de liberación, las pupas se colocan en contenedores especiales donde emergen los adultos. Durante este período de mantenimiento, se les proporciona alimento (generalmente una mezcla de azúcar, proteína y agua) y se mantienen en condiciones controladas de temperatura y oscuridad para que alcancen la madurez sexual cerca del momento de la liberación (Zavala-López et al., 2017).
- Mejora del Rendimiento: para aumentar la competitividad de los machos estériles, se pueden emplear varias técnicas antes de la liberación: suplementos nutricionales (dietas ricas en proteínas para mejorar el éxito reproductivo) y suplementos hormonales (uso de análogos de la hormona

juvenil para acelerar la madurez sexual en especies que la alcanzan tardíamente) (Vera, 2016; Zavala-López et al., 2017).

- Liberación: la liberación puede ser terrestre o aérea. La liberación aérea es más rentable y uniforme para programas a gran escala. Se utilizan principalmente dos sistemas: la liberación de adultos enfriados o adulto frío o la liberación en bolsas de papel que se abren al salir del avión. La liberación de adultos enfriados es más eficiente y permite una distribución más uniforme (Zavala-López et al. 2017).

En los programas de control de *C. capitata*, se utiliza el indicador Mosca/Trampa*Día (MTD) para determinar el momento oportuno para iniciar la aplicación de la TIE y definir las distintas etapas de un programa de erradicación cuya función es medir la población relativa de una especie de mosca de la fruta en una zona y época determinadas. Este índice permite a los técnicos y responsables del programa monitorear la dinámica poblacional de la plaga, evaluar la efectividad de las medidas de control y tomar decisiones estratégicas (Barón et al., 2008; Agencia de Regulación y Control Fito y Zoosanitario, s/f).

La TIE es una técnica costosa y su efectividad depende de que los machos estériles liberados superen en número a los machos fértiles silvestres para competir exitosamente por las hembras. Por esta razón, no es eficiente ni económicamente viable comenzar las liberaciones cuando la población de la plaga es alta (Agencia de Regulación y Control Fito y Zoosanitario, s/f; Vera, 2016). Por esto, se establece un umbral. De acuerdo a Barón et al. (2008) las liberaciones de machos estériles pueden comenzar cuando se ha alcanzado un MTD aproximado de 0,1.

Una vez que comienzan las liberaciones de machos estériles, es necesario diferenciar entre las capturas de moscas fértiles (silvestres) y las estériles (liberadas). Por ello, el MTD se desglosa en dos índices específicos: MTDf (Índice Mosca/Trampa*Día fértil) y MTDe (Índice Mosca/Trampa*Día estéril). El cálculo y análisis de estos dos índices (MTDf y MTDe) es fundamental para determinar la relación estéril:fértil (E:F), que se obtiene dividiendo el MTDe entre el MTDf. Esta relación mide la competencia entre ambas poblaciones y es el principal indicador del éxito de la TIE en campo (Agencia de Regulación y Control Fito y Zoosanitario, s/f). Según lo establecido por FAO (Zavala-López et al., 2017) debe determinarse la relación E:F apropiada de acuerdo al objetivo del programa como se plantea en la tabla 1:

Tabla 1: Proporciones mínimas recomendadas de liberación inicial en función del objetivo del programa.

Objetivo del programa*	Relación E:F** (para la mosca del Mediterráneo)
Supresión	25-100:1
Erradicación	100-150:1
Contención	150-200:1
Preventivo***	25-50:1

* Extraída de Zavala-López et al. (2017).

**Relación E:F mínima. Esta relación seguirá aumentando a medida que se reduzca el MTDf debido a la supresión y la aplicación de TIE.

***Proporción sugerida para asegurar una cantidad mínima de moscas estériles necesaria para superar en número a las posibles entradas. Basado en el supuesto de que se captura una mosca silvestre por trampa por ciclo, independientemente de si se captura o no una mosca silvestre.

1.3.2.2. Técnica del Insecto Estéril en Mendoza

La estrategia de aplicación de TIE estipulada en el Programa de Erradicación de ISCAMEN requiere la cría masiva, esterilización y posterior liberación de grandes cantidades de machos estériles competitivos para evitar la descendencia viable con hembras silvestres.

ISCAMEN lleva a cabo la producción y esterilización de moscas macho de *C. capitata* en su Bioplanta de Santa Rosa (ISCAMEN, 2024a).

El éxito de la TIE depende en gran medida de la liberación exclusiva de machos, ya que las hembras estériles liberadas no contribuyen a la supresión de la plaga, sino que pueden causar daños por oviposición y distraer a los machos estériles al aparearse con ellos (Calcagno, 2001). Por lo que es necesario separar los machos y hembras producidos, previo a la liberación.

ISCAMEN utiliza actualmente como Línea de Sexado Genético (LSG) la cepa sexada TSL (Temperature Sensitive Lethal Strain). La cepa TSL posee una traslocación cromosómica que liga el sexo a la sensibilidad a la temperatura. Que permite, mediante un tratamiento térmico aplicado en el estado de huevo, eliminar las hembras, asegurando que solo los machos lleguen a la etapa de liberación (ISCAMEN, 2016; Lanzavecchia et al., 2008).

En el Sector Adultos de la Bioplanta, se alberga la colonia de reproductores en jaulas especiales, donde las moscas se alimentan con una mezcla de proteína hidrolizada con azúcar. Los huevos son recolectados en paños húmedos o canaletas y se almacenan durante su incubación (48 horas) en botellones con agua (ISCAMEN, 2024a).

Los huevos incubados se siembran en bandejas con una dieta artificial formulada con un ingrediente soporte (como heno de alfalfa o salvado), nutrientes (azúcar, levadura de cerveza inactiva, harina de soja) y aditivos. Las condiciones ambientales controladas (como 30°C y 100% de humedad relativa, seguidas de 27°C y 85% de HR) aseguran el desarrollo larval (ISCAMEN, 2024a).

Una vez que las larvas maduras abandonan la dieta para convertirse en pupas o capullos, estas son esterilizadas. La esterilización se realiza mediante rayos Gamma provenientes de una fuente de Cobalto 60. Se aplica una dosis de radiación que destruye las gametas (espermatozoides y óvulos) provocando la esterilidad del insecto. Este proceso solo afecta a las células reproductivas (ISCAMEN, 2016; Lanzavecchia et al. 2008).

ISCAMEN utiliza la Técnica del Adulto Frío (TAF) en el Centro de Empaque y Distribución de Adulto Frío (CEDAF). La TAF mejora el desempeño del insecto liberado. Esta técnica implica colocar las pupas esterilizadas en torres de emergencia, permitir que las moscas emerjan de sus puparios, se alimenten e hidraten, mantenerlas en condiciones ambientales controladas hasta que alcancen la madurez sexual óptima antes de la liberación (ISCAMEN, 2021).

Los machos estériles se liberan por vía aérea, utilizando aeronaves especializadas. La producción se empaca mediante el sistema de bolsas de papel (las pupas emergen dentro de la bolsa, que contiene papel almibarado como alimento) o el sistema TAF (ISCAMEN, 2024a; 2021).

Los datos utilizados para el ajuste y calibración del modelo que se desarrolla en este trabajo pertenecen a la campaña 2020/2021. El total liberado durante dicha campaña fue

de 7817 millones de pupas estériles. ISCAMEN utilizó dos métodos de empaque y liberación, destacándose el uso de tecnología avanzada para mejorar la calidad del insecto estéril. Liberación por Bolsas de Papel, en la que se empacaron pupas mediante el sistema de bolsas de papel, y se liberaron en el Área de Baja Prevalencia. Y TAF, se procesaron pupas en el CEDAF. La superficie máxima bajo trabajo de TIE fue de 69272 hectáreas (ISCAMEN, 2021).

La TIE se planificó para comenzar en agosto en los Oasis Norte, Este y Sur de Mendoza. El inicio se marcó con una mayor cantidad de insectos estériles liberados para mantener una alta densidad de machos voladores por hectárea (ISCAMEN, 2021).

Se mantuvo una Red Oficial de Detección compuesta por un máximo de 4.746 puntos de trampeo. Se colectaron 12565 muestras extraídas de fruta, siguiendo la fenología y censo de hospederos. Las Brigadas Fitosanitarias realizaron acciones preventivas y de erradicación de brotes por medio de control químico y cultural (ISCAMEN, 2021).

1.3.3. Ecología de poblaciones

La Ecología de poblaciones es un campo central dentro de la ciencia de la Ecología, es decir, el estudio científico de la relación entre los organismos y su ambiente. El objetivo de la Ecología de poblaciones es describir, explicar, comprender, y si es posible, proyectar o estimar la distribución y la abundancia de los organismos y sus cambios numéricos futuros (Rumi y Rodrigues, 2024; Odum y Sarmiento, 1998; Smith y Smith, 2007).

Se define población como un grupo de individuos de la misma especie que ocupan una zona determinada. Dentro de la jerarquía ecológica, la población es la unidad básica de organización y, por definición, la unidad evolutiva (Odum y Sarmiento, 1998; Smith y Smith, 2007; Rumi y Rodrigues, 2024).

El crecimiento poblacional se refiere a la manera en que la cantidad de individuos de una población aumenta o disminuye en el tiempo. Este crecimiento es el resultado neto de nacimientos, muertes y dispersiones. La dispersión es el ritmo con que inmigran individuos a la población o emigran de ella (Odum y Sarmiento, 1998; Smith y Smith, 2007).

En una población dada, si la cantidad de individuos que nacen y los que inmigran excede la cantidad de los que mueren y los que emigran, el tamaño de la población aumenta. Por el contrario, si las pérdidas (muertes y emigración) superan el reclutamiento (nacimientos e inmigración), el tamaño de la población se reduce (Smith y Smith, 2007).

La tasa de crecimiento representa la velocidad de crecimiento, es decir, la variación en el tiempo del tamaño poblacional. Entendiendo tamaño poblacional como el número total, biomasa o densidad de individuos de una especie que componen un grupo en un lugar y en un tiempo determinado (Rumi y Rodrigues, 2024).

La tasa de reproducción es un concepto fundamental en la ecología de poblaciones que cuantifica el número de crías que aporta un individuo (o una hembra) por unidad de tiempo a la población. Este concepto es crucial para determinar si una población crece, decrece o se mantiene estable (Smith y Smith, 2007; Odum y Sarmiento, 1998).

La tasa de reproducción se evalúa a través de la natalidad y la fecundidad. La primera es la tasa a la cual se añaden nuevos individuos mediante la reproducción. La segunda es la capacidad potencial de un organismo para producir huevos o crías. Se mide como

el número de hembras nacidas por cada hembra en organismos sexuales (Odum y Sarmiento, 1998; Smith y Smith, 2007).

1.3.4. Modelación matemática

La Ecología de poblaciones se ha centrado en el desarrollo de modelos matemáticos (determinísticos y probabilísticos) para describir y predecir los cambios numéricos (Rumi y Rodríguez, 2024). Un modelo determinístico asume que la respuesta futura del sistema está completamente determinada por el conocimiento del estado actual del sistema. En contraposición, un modelo estocástico incorpora la aleatoriedad en el sistema (Jørgensen y Bendoricchio, 2001).

Muchos modelos clásicos de la Ecología y la Biomatemática se formulan como modelos determinísticos, a menudo utilizando ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, en los modelos de dinámica poblacional (Momo y Capurro, 2006). Los modelos determinísticos, según cómo manejan la variable temporal, se subdividen fundamentalmente en modelos continuos o discretos.

En los modelos discretos, la dinámica del sistema se formula mediante una función que relaciona estados presentes con estados pasados definidos en instantes discretos de tiempo (Bürger, 2012).

En los modelos continuos, el comportamiento del sistema se formula haciendo que el tiempo varíe de forma ininterrumpida, y la dinámica resultante se expresa habitualmente mediante ecuaciones diferenciales (EDs) que describen cómo cambian las variables a lo largo del tiempo (Momo y Capurro, 2006; Jørgensen y Bendoricchio 2001). el modelo de crecimiento malthusiano o exponencial es el modelo continuo más simple, donde la velocidad de crecimiento de la población es proporcional a su densidad y el modelo Logístico, propuesto por Verhulst, Introduce una dependencia de la densidad, limitando el crecimiento por la capacidad de carga del sistema, en él la tasa de crecimiento se considera una función lineal decreciente de la densidad poblacional. Algunos permiten incluir términos de orden superior (como ecuaciones cúbicas) para modelar fenómenos como el efecto Allee (necesidad de una densidad mínima crítica para la reproducción) (Momo y Capurro 2006).

1.3.4.1. Antecedentes de aplicación de modelos matemáticos a TIE

El uso de la modelación matemática ha sido un componente fundamental e integral de TIE desde sus inicios. Los modelos matemáticos sirven como herramientas cruciales para asistir a los gerentes de programas de Manejo Integrado de Plagas a nivel de área que utilizan la TIE, especialmente para calcular las tasas de liberación de insectos estériles necesarias para lograr la supresión o erradicación de las poblaciones de plagas (Dyck, Hendrichs, y Robinson 2005).

Edward Fred Knipling (Texas, EE. UU., 1909-2000) produjo un modelo numérico simple en 1955 que sentó las bases para todos los desarrollos futuros de la modelación en TIE. La característica central del modelo original de Knipling, presente en casi todos los modelos subsecuentes, es el factor de fertilidad, representado por la proporción de machos fértiles respecto al total de machos en la población ($\frac{F}{F+E}$). Esta relación, bajo condiciones ideales, determina la proporción de la población que resulta en producción de huevos fértiles (Barclay et al., 2016). El modelo planteado por Knipling es:

$$N_{t+1} = \delta N_t \left(\frac{N_t}{S + N_t} \right)$$

Donde, N_{t+1} es el tamaño de la población salvaje en el momento $t + 1$, δ es la tasa de aumento por generación, N_t es el tamaño de la población en el tiempo t y S es la tasa de liberación de insectos estériles.

Anguelov, Dumont, y Lubuma (2012) presentan un estudio que se centra en la modelización matemática de la Técnica del Insecto Estéril (TIE) para el control del mosquito *Anopheles*. Proponen dos modelos matemáticos con estructura etaria en su estudio. El primer modelo (Modelo Básico) gobierna la dinámica de la población de mosquitos *Anopheles* en ausencia de machos estériles. El segundo modelo (Modelo TIE) aborda la interacción entre los machos tratados (estériles) y las hembras *Anopheles* silvestres.

Ben Dhahbi et al. (2020) presentan un estudio que se centra en la modelización matemática de la Técnica del Insecto Estéril (TIE) utilizando diferentes estrategias de liberación. El objetivo principal de la investigación es utilizar modelos matemáticos continuos bidimensionales como primeras aproximaciones para simular escenarios reales de la TIE, buscando reducir o erradicar poblaciones de plagas. Para mantener la simplicidad, el modelo asume poblaciones de insectos homogéneas, sin distinción de sexo (macho-hembra) o etapa de vida. Se asume que las tasas de mortalidad tanto para insectos estériles como para insectos fértiles son independientes de la densidad e iguales. El modelo incorpora un efecto Allee fuerte en el término de crecimiento de la población silvestre. Esto refleja la necesidad de una densidad umbral crítica para la persistencia de la población silvestre y permite capturar eventos de extinción. Se asume que la interacción entre insectos estériles y fértiles es una competencia unilateral que solo afecta a la población silvestre. La tasa de natalidad de los insectos estériles se asume como su tasa de liberación. Los autores investigaron el impacto de tres estrategias de liberación de insectos estériles incorporadas en distintas variantes de acuerdo al caso: liberación constante, proporcional y tipo Holling-II.

El modelo planteado por (Ben Dhahbi et al. 2020) es:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = \alpha r \frac{N^2}{N + M} (K - N)(N - \varepsilon) - \mu N \\ \frac{dM}{dt} = R(N) - \mu M \end{cases}$$

En el que, N es el número de insectos silvestres, M el número de insectos estériles, r la tasa intrínseca de crecimiento, K la capacidad de carga de la población, ε la densidad crítica o efecto Allee, μ la tasa de mortalidad de la población, α un parámetro incluido en el término de crecimiento silvestre y $R(N)$ la tasa de liberación de machos estériles. $R(N)$ varía según el submodelo planteado:

Tasa de liberación constante:

$$R(N) = \rho$$

Donde, ρ es la tasa de liberación constante de machos estériles.

Tasa de liberación poblacional:

$$R(N) = \rho N$$

Donde, ρ es la tasa de liberación proporcional, que determina cuántos insectos estériles se liberan por insecto silvestre presente.

Tasa de liberación tipo Holling-II:

$$R(N) = \frac{\rho N}{1 + N}$$

Donde, ρ es una constante positiva que está relacionada con la tasa máxima de liberación cuando la población silvestre es muy grande.

Estos modelos tienen dos limitaciones principales. La primera limitación en estos modelos, cómo el de Ben Dhahbi et al. (2020) se debe a que fueron formulados bajo supuestos que derivan de las estrategias de manejo convencionales con técnica del insecto estéril (TIE). La estrategia generalizada a nivel mundial para la erradicación de la Mosca del Mediterráneo mediante aplicación de TIE es liberar moscas estériles en cantidades supeditadas al número de moscas fértiles medidas en el ambiente, utilizando como indicador el índice MTD. La estrategia de manejo llevada a cabo por ISCAMEN en Mendoza libera en un primer momento, poco antes de los primeros vuelos de la mosca, gran cantidad de moscas estériles. Esto se realiza con la expectativa de que las primeras generaciones del año vean obstaculizada su reproducción por la presencia de machos estériles. De esta manera, se busca reducir paulatinamente el crecimiento de la población.

El criterio de manejo establecido contempla una disminución progresiva en la liberación de moscas a lo largo del período de fructificación de las especies afectadas por la plaga, y posteriormente hasta el momento de la cosecha. De este modo, se busca minimizar la oportunidad de daño económico en los cultivos, ajustando la liberación de insectos a los momentos de mayor riesgo.

La segunda limitación se asocia a que los modelos suponen que la población de *C. capitata*, sin estrategias humanas para el control, aumenta su tamaño hasta llegar a una cota máxima determinada por el ambiente, la capacidad de carga del mismo. Esto no tiene en cuenta una característica clave de la especie: la mosca del Mediterráneo cumple ciclos voltínicos a lo largo del año, es decir, se observa el nacimiento y muerte de varias generaciones. Esta particularidad se ve reflejada en que el tamaño poblacional de la especie presenta picos y valles periódicos.

De esta manera, los modelos encontrados y examinados sobre el tema terminan no siendo capaces de plasmar lo que ocurre con la población bajo estudio.

2. Materiales y métodos (sumar toma de muestras)

2.1. Base de datos

La base de datos facilitada por ISCAMEN cuenta con 23107 registros organizados en 19 columnas que contienen información relevante del trampeo para el proceso de control (campaña, número de trampa, índices MTD para moscas fértiles y estériles, localización de trampas, zonificación de área para aplicaciones, cantidad de moscas discriminadas por su fertilidad, etc). Todos los registros pertenecen al departamento Guaymallén, en el Oasis Norte de la provincia de Mendoza.

Las mediciones se realizaron con frecuencia semanal. En las campañas 2018/2019 y 2019/2020 abarcaron desde la semana 1 hasta la 52, mientras que en la campaña 2020/2021 se efectuaron desde la semana 6 hasta la 52.

Entre las variables relevadas en la base de datos precedente, trabajé con el número de moscas fértiles y estériles registrados con el trampeo en la campaña 2020/2021 para la precalibración y calibración, mientras que con los correspondientes a la campaña

2018/2019 para la validación. Previo a la utilización de las variables registradas, procedí a la limpieza de las mismas y agrupé por semana los conteos de las mediciones de todas las trampas, diferenciando estériles y fértiles.

Los datos de temperatura los obtuve de la página OpenMeteo (<https://open-meteo.com/>) las temperaturas diarias del departamento de Guaymallén en la campaña 2020/2021 del ISCAMEN en el periodo estudiado.

2.2. Formulación del modelo

Para Jørgensen y Bendoricchio (2001) esta formulación consiste en la conceptualización de problemáticas que luego se traducen en ecuaciones matemáticas. La revisión de bibliografía existente me permitió identificar dos limitaciones principales: por un lado, la forma en que se incorporan las estrategias de manejo; por otro, la conceptualización del crecimiento poblacional de la especie en ausencia de medidas de control.

Decidí entonces partir de la formulación matemática de un sistema dinámico sencillo como tipo de modelo base que tenga en cuenta estas características mencionadas. Esta clase de modelos utilizan ecuaciones diferenciales para expresar el cambio de las variables de estado en el tiempo (Jørgensen y Bendoricchio, 2001). La forma general propuesta del mismo es:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = f(m, r(T(t))) \cdot \frac{m}{m+n} \\ \frac{dn}{dt} = g(n) \end{cases} \quad (\text{ec.1})$$

Donde,

- m y n , son, respectivamente, el número de moscas fértiles y estériles que han sido trapeadas semanalmente,
- dm/dt y dn/dt , respectivamente, representan las tasas instantáneas de crecimiento de la población fértil y estéril.
- $r(T(t))$ es la tasa de desarrollo de la especie (dependiente de la temperatura T y por su intermedio, del tiempo)
- $f(m, r(T(t)))$ representa la diferencia entre las tasas de nacimiento y muerte de la especie, que dependen de la biomasa m y de la tasa de desarrollo de la especie.
- $m/(m+n)$ es un factor que limita el crecimiento poblacional de las moscas fértiles.
- $g(n)$ es la función que modela la tasa instantánea de liberación de moscas estériles, se supone independiente de la cantidad de moscas fértiles.

Observación:

- No se consideran procesos migratorios.

En este trabajo utilicé un modelo continuo para describir la dinámica poblacional de *C. capitata*. Tomé esta decisión considerando la biología de la especie, el tipo de datos disponibles y los objetivos del estudio. Dado que *C. capitata* presenta un ciclo multivoltino, caracterizado por la superposición de generaciones a lo largo de toda la temporada, evalué que los modelos discretos por generación no representaban adecuadamente la dinámica observada en campo. En cambio, el enfoque continuo me permitió describir el proceso poblacional como un fenómeno que ocurre de manera sostenida en el tiempo y formular una tasa instantánea de crecimiento compatible con los métodos de calibración que empleé.

Asimismo, incorporé una estructura diferenciada de dos poblaciones adultas: adultos salvajes (m) y adultos estériles liberados mediante la Técnica del Insecto Estéril (n). Esta estructura resultó necesaria para reflejar el mecanismo de acción de la TIE, basado en la competencia entre machos estériles y salvajes por el apareamiento con hembras fértiles. Modelé esta interacción mediante términos proporcionales como $\frac{m}{m+n}$.

Decidí no incorporar una estructura basada en etapas (huevo, larva, pupa) debido a que no contaba con datos específicos para estimar los parámetros correspondientes y porque este nivel de detalle no era indispensable para los objetivos del trabajo. De este modo, el modelo continuo estructurado únicamente en adultos salvajes y estériles constituyó una elección metodológicamente apropiada, equilibrando realismo biológico, simplicidad y factibilidad de calibración con datos locales.

Para la definición de la tasa de crecimiento utilicé una función dependiente de la temperatura que me permitió reproducir las fluctuaciones estacionales observadas en los datos locales. Existen varios modelos propuestos en la literatura para modelar la tasa de desarrollo de una especie. Algunas formulas propuestas a tal fin son las de Logan, Ratkowsky y Brière (Rossini et al., 2020).

Para modelar la tasa de desarrollo de la primera ecuación diferencial, utilicé el modelo de Brière, que describe la dependencia de la misma con la temperatura. La razón de ello es que depende de menos parámetros, que por ejemplo Logan, y además pude encontrar valores proxy de los mismos en la literatura.

Para incorporar el tiempo en la estimación de la tasa de desarrollo de *Ceratitis capitata*, tomé los datos diarios de temperatura del área de estudio desde la plataforma OpenMeteo y posteriormente calculé las medias semanales. Luego, utilicé estas temperaturas (°C) promedio en la ecuación de Brière (ec. 2) con el fin de obtener la tasa de desarrollo teórica correspondiente a cada semana.

$$r = aT(T - T_{min})(T_{max} - T)^{1/b} \text{ (ec. 2)}$$

Donde, r representa la tasa de desarrollo a una temperatura T ; b (adimensional) y a (medido en $\text{tiempo}^{-1} \cdot \text{temperatura}^{-\frac{b+1}{b}}$) son parámetros asociados a la biología de la especie; T_{min} y T_{max} representan los valores de las temperaturas umbrales mínima y máxima respectivamente. El parámetro b hace más flexible el ajuste de la curva (se le puede asignar valor 2 si no se conoce este parámetro para la especie) (Shi et al. 2016).

A continuación, asocié cada uno de estos valores al tiempo, asignándolos a la semana del año a la que correspondían, de modo que la variable independiente pasara a ser el tiempo y no la temperatura. Con esta serie temporal construida, ajusté un modelo cuadrático en función del tiempo, que me permitió representar la variación estacional de la tasa de desarrollo de manera continua. Finalmente, incorporé esta función cuadrática ajustada al modelo poblacional, utilizándola como la tasa de desarrollo de los adultos fértiles $r(T(t))$. Luego, propuse como $r(T(t))$ a:

$$r(T(t)) = d t + e t^2 + i \text{ (ec.3)}$$

El proceso se puede ver esquemáticamente como se observa en la figura 1:

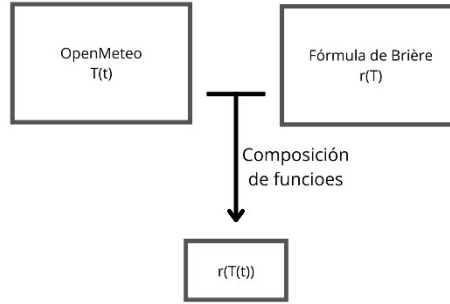


Figura 1: Resumen esquemático del proceso de cálculo de la tasa de desarrollo variable $r(T(t))$.

Para la segunda ecuación diferencial, utilicé la dependencia funcional definida en el modelo de Weibull que reflejara la estrategia de manejo utilizada por el ISCAMEN.

2.3. Análisis cualitativo

Este análisis comienza por determinar los puntos de equilibrio del sistema. En el estudio de los sistemas dinámicos, un punto de equilibrio (también conocido como punto fijo o solución de equilibrio) es un estado donde el sistema permanece constante a lo largo del tiempo. También se suele referir a los mismos como estados estacionarios o estados de reposo del sistema (Strogatz 1994).

Una vez definidos estos puntos de equilibrio se evalúa la estabilidad de los mismos, es decir, cómo se comporta el sistema si se perturban ligeramente de los mismos (Strogatz 1994).

Matemáticamente, en nuestro caso buscamos pares (m^*, n^*) tales que:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = 0 \\ \frac{dn}{dt} = 0 \end{cases}$$

O, lo que es equivalente:

$$\begin{cases} f(m, r(T(t))) \cdot \frac{m}{m+n} = 0 \\ g(n) = 0 \end{cases}$$

Mi elección fue enfocar el análisis en los puntos de equilibrio en los que m , número de moscas fértiles, es 0. Esta situación es de gran utilidad en el problema estudiado, dado que lo que se busca es erradicar la población fértil.

En caso de no existir puntos de equilibrio para el sistema, se puede realizar un análisis del comportamiento de las soluciones del sistema. Utilizando herramientas de cálculo diferencial.

2.4. Análisis numérico

En un principio evalué la influencia de los parámetros del modelo sobre las soluciones del sistema, proceso conocido como precalibración. En esta primera etapa, la idea central es identificar cuáles parámetros quedarán fijos en el proceso de optimización numérica, para reducir la cantidad de parámetros final a estimar antes de abordar la

segunda etapa, que es la calibración propiamente dicha, es decir, el ajuste de los parámetros del modelo.

2.4.1. Estimación inicial de parámetros

Al tratarse de un modelo inédito en la literatura, resulta necesaria una primera aproximación de los valores de sus parámetros para llevar a cabo el análisis numérico. Para algunos parámetros, hay valores de referencia y para otros no existe un valor en la bibliografía consultada.

Con esto en mente, modifiqué manualmente los valores de todos los parámetros de uno en uno para ver su efecto sobre el ajuste del modelo teniendo en cuenta los datos de la campaña 2020/2021 mediante herramientas gráficas.

Esta etapa de calibración manual, previa a la precalibración y calibración automática, evidencia el carácter iterativo inherente al proceso de modelado.

2.4.2. Precalibración

La precalibración consta de dos partes: el análisis de sensibilidad y el análisis de multicolinealidad. El primero permite visualizar cuáles son los parámetros de mayor influencia en el modelo. El segundo refleja el grado de dependencia funcional entre los parámetros (Tripathi et al., 2018).

Respecto al análisis de sensibilidad, luego de haberlo realizado se ordenan los parámetros de mayor o menor sensibilidad. Aquellos con mayor sensibilidad, tienen un gran impacto en el comportamiento del sistema. De manera opuesta, aquellos cuyo impacto en el modelo no es significativo, son considerados como poco sensibles.

Para desarrollar este análisis utilicé el paquete FME en R de Soetaert y Petzoldt (2010). Los datos de entrada incluyeron: el modelo implementado en código, los valores iniciales de los parámetros (determinados a partir del proceso de calibración manual, explicado anteriormente) y los datos observacionales agrupados por semanas.

Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad es necesario calcular la función costo del modelo. La función costo, dentro del paquete FME, es una herramienta que cuantifica la discrepancia entre los datos observados y las salidas del modelo (Soetaert y Petzoldt, 2010). Al ajustar un modelo a datos reales se busca minimizar esta función costo, ya que a menor discrepancia entre la salida del modelo y los datos, mejor es el ajuste de los parámetros.

Para el cálculo de la sensibilidad de los parámetros utilicé de la función SensFun (incorporada en el paquete mencionado anteriormente). Para luego analizar sus resultados teniendo en cuenta lo propuesto para el análisis por Soetaert (2009). Es importante recalcar que en este análisis no existen valores de referencia y es necesario mirar los resultados de cada parámetro en relación a los de los demás.

Para el análisis de multicolinealidad del modelo, trabajé con la función Collin (del paquete FME). Esta función tiene como información de entrada la salida del análisis de sensibilidad. Permite medir la dependencia lineal aproximada entre conjuntos de parámetros. Un valor más alto de multicolinealidad indica una mayor relación funcional entre los parámetros de un conjunto, es decir, que varias combinaciones de parámetros pueden producir soluciones similares que involucran las variables de estado del modelo (en este caso se suele decir que el sistema no es identificable). Se analizan entonces los índices de multicolinealidad generados por diferentes combinaciones de parámetros,

tomados en grupos en diferentes cantidades, desde 2 hasta el número total de parámetros (Soetaert, 2009).

Existen valores umbrales de referencia sugeridos en la literatura para el índice de multicolinealidad. Trabajé con los valores planteados por Tripathi et al. (2018). Con este método se elige el conjunto de parámetros que incluya la mayor cantidad posible de ellos y, al mismo tiempo, presente un índice de multicolinealidad inferior a 15. Se complementa esto con el cálculo de la matriz de correlación es que permite estudiar la estructura de correlaciones existente entre los parámetros.

A partir del análisis previo, seleccioné los parámetros que serían parte de la calibración automatizada. El resto de los parámetros los consideré fijos a efectos de la calibración.

2.4.3. Calibración automatizada

La calibración consiste en ajustar los valores de ciertos parámetros seleccionados del modelo con la finalidad de lograr la mejor concordancia posible entre los valores que predice el modelo y los datos reales.

Una vez determinados los parámetros que formarán parte de la calibración, procedí a la misma. Para llevar a cabo este proceso se puede trabajar mediante “ensayo y error”, de manera que el modelador varía uno o dos parámetros a la vez y observa la respuesta de las variables de estado. O se puede realizar una “calibración automática” en la que se utilizan algoritmos computarizados para encontrar el conjunto de parámetros que minimiza una “función objetivo” (o índice de rendimiento) que cuantifica la diferencia entre los valores calculados y los medidos. Una métrica usualmente empleada para esto es la suma de los cuadrados de los errores.

En este caso llevé a cabo una calibración automática, empleando el paquete FME de R, a través del procedimiento ModFit.

Examiné el resultado de esta calibración gráfica y estadísticamente. La información resultante del proceso se muestra a través del procedimiento Summary, asociado al ajuste realizado. En el aspecto gráfico, hice una comparación visual entre los datos observados y los valores predichos por el modelo ajustado.

2.4.4. Validación

La validación consiste en una prueba objetiva de qué tan bien se ajustan las salidas del modelo a los datos. Distinguimos entre una validez estructural (cualitativa) y una validez predictiva (cuantitativa). Se dice que un modelo tiene validez estructural si la estructura del modelo representa con precisión razonable el sistema real. El modelo presenta validez predictiva si sus predicciones sobre el comportamiento del sistema concuerdan razonablemente con las observaciones del sistema real. Si el propósito principal del modelo es un análisis exploratorio destinado a comprender cómo responde el sistema a las funciones de forzamiento dominantes. En este caso, probablemente sea suficiente una validación estructural. (Jørgensen y Bendricchio, 2001).

En el caso de la validación predictiva evalué el ajuste estadístico del modelo con los valores de los parámetros ajustados durante la calibración a los datos de la campaña 2018/2019. Para este proceso es importante tener en cuenta que las bases de datos 2018/2019 y 2020/2021 no tienen los mismos vectores de tiempo, la primera tiene 52 semanas y la segunda 46. Por esta razón, para tener un ajuste más fiable eliminé las primeras 6 semanas de la base de datos 2018/2019 (estas semanas son las que no fueron muestreadas en la campaña 2010/2021).

En dicho ajuste estadístico valoré cuatro indicadores de concordancia estadística: error cuadrático medio relativo (RMSE%), error absoluto medio (MAE%), coeficiente de determinación (R^2) y eficiencia de Nash–Sutcliffe (NSE).

RMSE% es la expresión porcentual de la medida de la magnitud promedio de los errores entre los valores predichos por el modelo y los valores observados. Penaliza más fuertemente los errores grandes debido a la elevación al cuadrado. Se define como:

$$RMSE\% = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}}}{\bar{O}} \cdot 100$$

Donde O_i son los valores observados, P_i los valores predichos, n el número de observaciones y $\bar{O}$ es el promedio de los valores observados. Si RMSE% es menor al 20–25%, el modelo ajusta bien. Valores entre 25–50% indican un ajuste aceptable o regular. Por encima de 50%, el modelo tiene errores grandes comparados con el nivel medio de los datos.

MAE% representa el promedio de las diferencias absolutas entre valores observados y predichos en términos relativos. A diferencia del RMSE, no penaliza de forma más fuerte los errores grandes, por lo que es más robusto ante valores extremos. Se calcula como:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |O_i - P_i|}{n} \cdot \frac{100}{\bar{O}}$$

Donde O_i son los valores observados, P_i los valores predichos, n el número de observaciones y $\bar{O}$ es el promedio de los valores observados. Su interpretación es semejante a la de RMSE%.

R^2 mide la proporción de la variabilidad de los datos observados que puede ser explicada por el modelo. Para modelos no lineales, se calcula a partir del cuadrado de la correlación entre valores observados (O) y predichos (P):

$$R^2 = (\text{cor}(O, P))^2$$

Un valor de R^2 cercano a 1 indica una fuerte concordancia entre el modelo y los datos. En el contexto de modelos dinámicos no lineales, se interpreta como un indicador de correlación, no como proporción estricta de varianza explicada.

NSE evalúa la capacidad del modelo para reproducir la dinámica observada comparándola con un modelo de referencia que simplemente predice el valor medio de las observaciones. Se define como:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$$

Donde O_i son los valores observados, P_i los valores predichos, n el número de observaciones y $\bar{O}$ es el promedio de los valores observados. Un valor de NSE igual a 1 indica que el modelo reproduce exactamente los datos, entre 0,75 y 1 implica un muy buen ajuste, entre 0,5 y 0,75 un ajuste aceptable y entre 0 y 0,75 un ajuste pobre.

Para la validación estructural recalculé los parámetros del modelo utilizando los datos de la campaña 2018/2019, y obtuve un nuevo ajuste. Tomé como valores iniciales de los

parámetros aquellos que resultaron del ajuste realizado en la calibración automatizada en la campaña 2020/2021.

3. Resultados y discusión

3.1. Formulación matemática

Decidí trabajar presentando en el modelo a las moscas fértiles y estériles como dos poblaciones distintas, sin distinción de sexo. Esto, en términos del modelo, puede representarse a través de un sistema de dos ecuaciones diferenciales. Cuya forma general tiene la siguiente estructura (ya presentada en materiales y métodos de este escrito ec. 1):

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = f(m, r(t)) \cdot \frac{m}{m+n} \\ \frac{dn}{dt} = g(n) \end{cases}$$

La primera ecuación describe a la población fértil. La función de esta población depende de la cantidad de moscas fértiles, machos y hembras, que será definida como “m” y su tasa de desarrollo “r(T(t))”. Como se expresó anteriormente en la presentación del modelo, para representar matemáticamente este efecto introduje una tasa de desarrollo variable en el tiempo, debido a la característica multivoltínica de *C. capitata* (García Marí, García Álvarez-Coque, y Mesado 2002).

Es importante destacar que, como la función f depende de la tasa de desarrollo de la especie (r) que a su vez depende del tiempo (t), el sistema de ecuaciones que se plantea es no autónomo.

Además, la ecuación de la población fértil presenta un factor “ $\frac{m}{m+n}$ ” que pone de manifiesto el efecto retardador que genera sobre su tasa de crecimiento la introducción de la población estéril en el crecimiento de ésta. Para elegir este factor como estrategia para modelar la interacción entre los dos grupos tomé como ejemplo lo realizado por Ben Dhahbi et al. (2020), que utilizan este mismo factor de interacción.

Por otra parte, la segunda ecuación representa a la población estéril. La función correspondiente describe la liberación de moscas estériles n y, de acuerdo con la estrategia implementada por el ISCAMEN, se define únicamente en función de la cantidad de individuos liberados.

Los valores resultantes del cálculo de la tasa de Brière se observan en la figura 2.

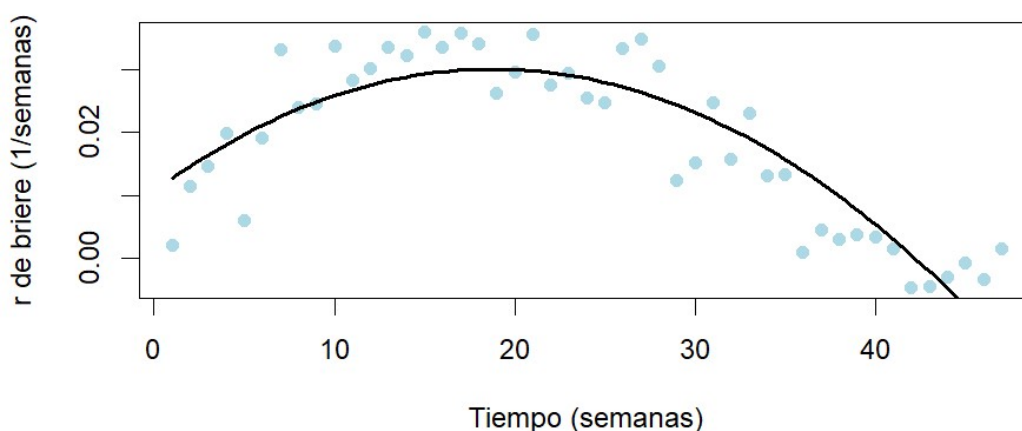


Figura 2: Tasa de crecimiento calculada a partir de la fórmula de Brière para *C. capitata* en el departamento de Guaymallén, durante la campaña 2020/2021 en función del tiempo y una curva cuadrática ajustada a la misma.

Al realizar un ajuste de regresión lineal para los valores de la tasa de Brière calculados para la mosca del mediterráneo en Guaymallén durante la campaña 2020/2021 obtuve que:

$$\hat{r}_{brière} = 1,072 \cdot 10^{-2} + 2,056 \cdot 10^{-3} t - 5,471 \cdot 10^{-5} t^2$$

Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 2: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los valores calculado para la tasa de Brière para la mosca del Mediterráneo durante la campaña 2020/2021, en Guaymallén.

Parámetro	Estimación	Error estándar	t-valor	p-valor
d^*	$2,056 \cdot 10^{-3}$	$2,795 \cdot 10^{-4}$	7,355	$3,46 \cdot 10^{-9}$
e^*	$-5,471 \cdot 10^{-5}$	$5,647 \cdot 10^{-6}$	-9,689	$1,75 \cdot 10^{-12}$
i^*	$1,072 \cdot 10^{-2}$	$2,909 \cdot 10^{-3}$	3,685	$6,24 \cdot 10^{-4}$

*siguiendo la ecuación $r = d t + e t^2 + i$

Los tres coeficientes estimados resultan estadísticamente significativos con p-valor menor a 0,001. Además, el ajuste global presenta un coeficiente R^2 de 0,7876. Consideré entonces al modelo cuadrático propuesto una adecuada representación de la dinámica de la tasa de Brière en función del tiempo.

La ecuación para $r(T(t))$ puede escribirse en forma canónica como:

$$r(T(t)) = u(t - t_{max})^2 + r_o$$

donde los parámetros u , t_{max} y r_o pueden calcularse a partir de los parámetros d , e , i de la ecuación ajustada precedente.

Al pensar el proceso de crecimiento entonces como Malthusiano, pero con tasa de crecimiento variable y teniendo en cuenta la forma cuadrática de la dependencia de los datos, escribí la ecuación diferencial como sigue:

$$\frac{dm}{dt} = [u(t - t_{max})^2 + r_0]m \text{ (ec. 4)}$$

Donde, t es el tiempo, t_{MAX} es el instante en que se da el mayor valor en la tasa de crecimiento, r_0 es el valor inicial de la tasa de desarrollo y m es la cantidad de moscas fértiles en el momento t (medido en semanas) y u un parámetro sin interpretación, a priori.

La función que forma parte de la primera ecuación del sistema, entonces, está conformada por el producto de la tasa de desarrollo variable, el número de moscas fértiles y el factor que introduce la interacción entre las dos poblaciones estudiadas.

Reemplazando la ec. 2 en la tasa variable de la ec.1, se obtiene:

$$\frac{dm}{dt} = (u(t - t_{max})^2 + r_0) \frac{m}{m+n} m \text{ (ec. 5)}$$

La segunda ecuación diferencial (plantada en ec. 1) busca reflejar la estrategia de liberación de moscas estériles por parte del ISCAMEN. Como se ha mencionado antes, a lo largo de un ciclo productivo la liberación concentra un mayor número de individuos en los primeros momentos y luego disminuye a medida que avanza el tiempo. Busqué diferentes formas funcionales que permitieran reflejar la dinámica de liberación llevada a cabo, como binomial negativa y Weibull, optando finalmente por la forma de la densidad de Weibull por motivos de concordancia posterior con los datos de campo:

$$f(t) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k}$$

En esta ecuación, k y λ son parámetros y t es la variable independiente (medida en semanas).

Introduciendo entonces la derivada de esta forma funcional en el modelo:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k \right] n \text{ (ec. 6)}$$

Donde, de acuerdo a la ec. 1, $g(n) = \frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k \right] n$

El modelo que busca describir el crecimiento poblacional de la mosca del mediterraneo intervenida con TIE de acuerdo con ec 1, se transforma en:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = (u(t - t_{max})^2 + r_0) \frac{m}{m+n} m \\ \frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k \right] n \end{cases} \text{ (ec. 7)}$$

A continuación, redefiní el modelo basado en la ec. 7, reparametrizándolo para darle mayor flexibilidad al mismo:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = [u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_0\gamma_1]m \frac{m}{m+n} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda}\right)^k \right] n A \end{cases} \text{ (ec. 8)}$$

Aquí, la variable t es el tiempo. Las variables m y n corresponden a el número de moscas fértiles y estériles, respectivamente. Los parámetros γ_1 , γ_2 , γ_3 y A son parámetros que afectan la escala del modelo. Del resto de los parámetros, t_{MAX} y r_0 son parámetros relacionados a la especie, mientras que u , k y λ no tienen, a priori, un sentido biológico.

3.2. Análisis cualitativo

Al analizar el sistema de ecuaciones descripto ec. 6 se puede advertir que, $\frac{dm}{dt} = 0$ si ocurre que: $u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_o\gamma_1 = 0$ o $m = 0$. (1)

Por otra parte, $\frac{dn}{dt} = 0$ si $\frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k \right] = 0$ o $n = 0$. (2)

Pero como los factores $u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_o\gamma_1$ y $\frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k \right]$ no dependen de m ni n , esto nos permite concluir que (1) se anula solo si $m = 0$ y, análogamente, (2) se anula si $n = 0$. Pero esto conduciría a que el factor $\frac{m^2}{m+n}$ no este definido. Por lo tanto se deduce que el sistema de la ec 6 no presenta puntos de equilibrio.

Al no existir estos puntos de equilibrio, para el análisis cualitativo opté por llevar a cabo un análisis del comportamiento asintótico de las soluciones de dicho sistema.

3.2.1. Análisis del comportamiento de las soluciones del sistema

Procedí al análisis de la segunda ecuación del sistema planteado en la ec. 6.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(k-1) - k \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k \right] n A$$

Obtenemos,

$$\frac{dn}{n} = \left[\frac{1}{t} (k-1) - k \frac{t^{k-1}}{\lambda^k} \right] A dt$$

Al integrar,

$$\int \frac{dn}{n} = A \int \left[\frac{1}{t} (k-1) - k \frac{t^{k-1}}{\lambda^k} \right] dt$$

$$\ln(n) = A (k-1) \ln(t) - A \frac{k t^k}{\lambda^k k} + C$$

$$\ln(n) = \ln(t^{A(k-1)}) - A \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k + C$$

$$\ln \left(\frac{n}{t^{A(k-1)}} \right) = -A \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k + C$$

$$\frac{n}{t^{A(k-1)}} = e^{-A \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k + C} = C_1 e^{-A \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k}$$

Solución general,

$$n = C_1 t^{A(k-1)} e^{-A \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k}$$

Por otro lado, observando la ec. 6b se ve que,

$$\frac{dn}{dt} = 0$$

Si,

$$k - 1 = k \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k$$

$$\frac{k - 1}{k} = \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k$$

Por lo tanto (dado que $k > 1$ por definición), existe un t^* tal que,

$$t^* = \lambda \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}} \text{ (ec. 9),}$$

Para $t > t^*$ ($t = t^* + \Delta$),

$$\frac{t}{\lambda} = \frac{t^* + \Delta}{\lambda} = \frac{t^*}{\lambda} + \frac{\Delta}{\lambda} > \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}}$$

Entonces,

$$\frac{t}{\lambda} > \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}}$$

y,

$$\frac{t}{\lambda} - \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}} > \frac{\Delta}{\lambda} > 0$$

cuando $t < t^*$ ($t = t^* - \Delta$),

$$\frac{t}{\lambda} = \frac{t^* - \Delta}{\lambda} = \frac{t^*}{\lambda} - \frac{\Delta}{\lambda} < \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}}$$

Entonces,

$$\frac{t}{\lambda} < \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}}$$

Y,

$$\frac{t}{\lambda} - \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}} < -\frac{\Delta}{\lambda} < 0$$

Utilizando el criterio de la derivada primera para la caracterización de extremos (máximos y mínimos relativos) concluí que en $t = t^*$, $n(t)$ tiene un máximo. Para ese t^* podemos interpretar que se produce la máxima liberación de moscas estériles de acuerdo al criterio de manejo.

También, si $t \gg t^*$ y dado que,

$$(k - 1) - k \left(\frac{t}{\lambda} \right)^k < 0$$

De la ec 6b se puede observar que n se comporta asintóticamente como:

$$\frac{dn}{dt} \cong -k \frac{t^{k-1}}{\lambda^k} A n$$

Al integrar,

$$\begin{aligned} \int \frac{dn}{n} &\cong \int -k \frac{t^{k-1}}{\lambda^k} A n \\ \ln(n) &= -\frac{k A}{\lambda^k} \int t^{k-1} dt \\ \ln(n) &= -\frac{k A t^k}{\lambda^k k} + C \end{aligned}$$

Por lo que,

$$n = C_2 e^{-\frac{k A t^k}{\lambda^k k}}, \text{ tiende a 0 cuando } t \text{ es suficientemente grande.}$$

Esto implica que el nivel de liberación de moscas de acuerdo al criterio de manejo tiende a 0 si el tiempo crece indefinidamente.

Por otra parte, en la ec. 6a tenemos que:

$$\frac{dm}{dt} = [u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_o\gamma_1]m \frac{m}{m+n}, \quad \gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0 \text{ y } \gamma_3 > 0$$

Donde,

$$r(t) = u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_o\gamma_1$$

Haciendo un razonamiento análogo al de recién, existe un t^{**} tal que,

$$\begin{aligned} u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 + r_o\gamma_1 &= 0 \\ u\gamma_3(t - t_{max}\gamma_2)^2 &= -r_o\gamma_1 \\ (t - t_{max}\gamma_2)^2 &= -\frac{r_o\gamma_1}{u\gamma_3} \\ t^{**} &= +\sqrt{-\frac{r_o\gamma_1}{u\gamma_3}} + t_{max}\gamma_2 \text{ (ec. 10)} \end{aligned}$$

La expresión de la ec.8 tiene sentido si $sgn(r_o) = -sgn(u)$ (lo cual más adelante veremos que se cumple experimentalmente)

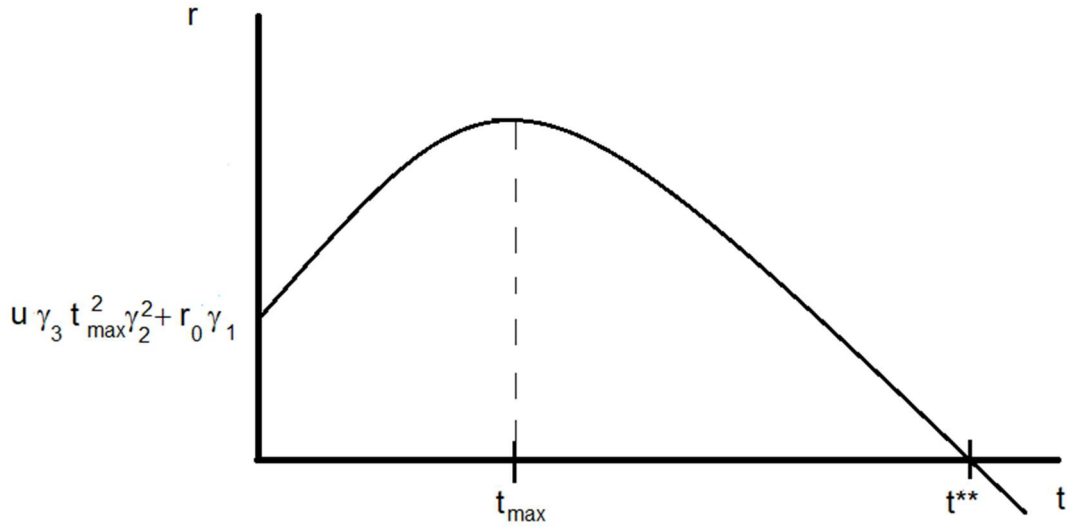


Figura 3: Comportamiento de la tasa de desarrollo a lo largo del tiempo.

De la misma manera, experimentalmente se ve que $u < 0$. Por lo tanto, el modelo utilizado para $r(t)$ es una función cuadrática con concavidad negativa (figura 3).

Se sigue de este razonamiento que, si $t < t^{**}$, $r(t) > 0$ y si $t > t^{**}$, $r(t) < 0$. Concluí, entonces, que en $t = t^{**}$ se produce un máximo para $r(t)$ (para ese t^{**} la población de moscas fértiles alcanza su tasa máxima de desarrollo).

Por último, si $t \gg t^{**}$, vemos a continuación que n tiende a 0:

$$\frac{dm}{dt} \cong u \gamma_3 t^2 m,$$

Si $u < 0$, $u \gamma_3 = -B$, $B > 0$. Integrando, se obtiene:

$$\int \frac{dm}{m} = - \int B t^2 dt$$

$$\ln(m) = -B \frac{t^3}{3} + C$$

Entonces,

$$m = C_2 e^{-B \frac{t^3}{3}}$$

Por lo que, si $t \gg t^{**}$, m tiende a 0, es decir la cantidad de moscas fértiles tiende a extinguirse.

3.3. Análisis numérico

3.3.1. Estimación inicial de parámetros

A partir de los datos proporcionados por ISCAMEN de la campaña 2020/2021 para el programa de *C. capitata* y considerando los valores obtenidos del ajuste de la tasa de desarrollo, u , t_{max} , r_0 y valores ajustados mediante procedimientos gráficos de los parámetros restantes del modelo, procedí a realizar un ajuste preliminar, que se muestra en la siguiente gráfica:

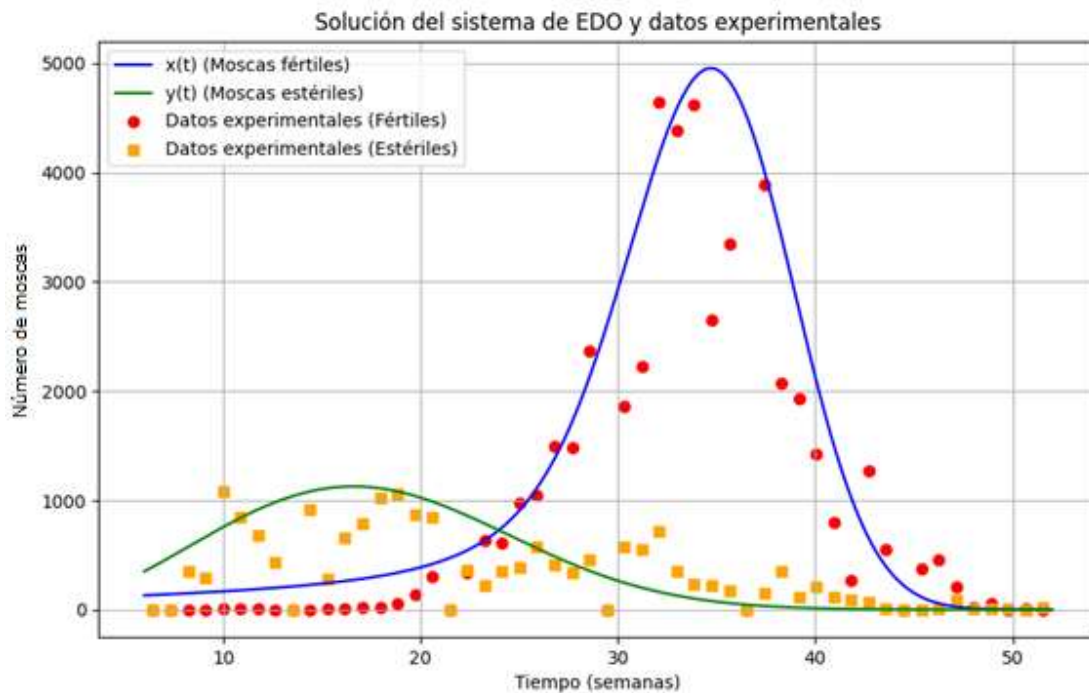


Figura 4: Ajuste inicial del modelo a los datos de ISCAMEN que resulta de la calibración manual.

Dada la concordancia gráfica obtenida, estos valores de parámetros fueron utilizados para los procedimientos de precalibración.

Tabla 3: Valores de los parámetros ajustados producto de la calibración manual inicial del modelo.

Parámetro	u	t_{max}	r_0	γ_1	γ_2	γ_3	k	λ	A
Valor	$-5,47 \cdot 10^4$	17,79	$3,00359863 \cdot 10^2$	15,314955	1,01	3	2,6	20	1,11

3.3.2. Precalibración

Como producto del análisis de sensibilidad obtuve:

Tabla 4: Resultado análisis de sensibilidad.

Parámetros	Valor	L1
λ	20	7,195093281
k	2,6	5,99582339
r_0	0,030035986	3,440236694
γ_1	15,314955	3,440229344
t_{max}	17,79	2,895697989
γ_2	1,01	2,895697989
A	1,11	2,256515311
u	-0,000547	2,018136024
γ_3	3	2,017914875

De acuerdo con los resultados obtenidos en la tabla anterior, comparé los valores de la métrica L1 para cada parámetro entre sí. No existen valores umbrales de referencia para la lectura de estas métricas, pero en general, la interpretación es la siguiente: mientras más alto el valor de la métrica, más sensible el parámetro. Pude entonces resumir:

Tabla 5: Clasificación de parámetros por su sensibilidad.

Parámetros más sensibles	λ y k
Parámetros menos sensibles	t_{max} , γ_2 , A , u , γ_3 , r_0 y γ_1

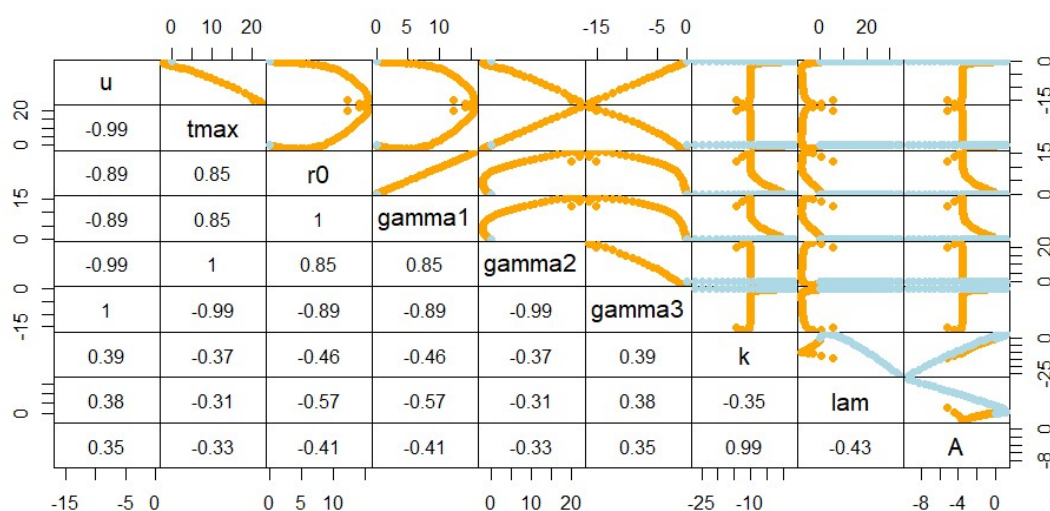
En el análisis de multicolinealidad obtuve las combinaciones de parámetros obtenidas que contienen mayor número de parámetros y valor de multicolinealidad menor a 15 (Tripathi et al., 2018). La tabla 6 muestra (en filas) las combinaciones que contienen 5 parámetros. La lógica de la tabla es la siguiente: 0, significa que, para esa combinación, el parámetro debería dejarse fijo en la posterior calibración, mientras que 1, indica que el parámetro debería ser considerado para el armado de la grilla hiperdimensional al realizar el ajuste. En la última columna se almacena el índice de multicolinealidad correspondiente a la combinación de esa fila.

Tabla 6: Selección de resultados de interés del análisis de multicolinealidad.

Columna	u	tmax	r0	gamma1	gamma2	gamma3	k	lam	A	N	Colinealidad
333	0	1	1	0	0	1	1	1	0	5	10,7359075
343	0	1	0	1	0	1	1	1	0	5	10,7359083
367	0	0	0	1	1	1	1	1	0	5	10,7359083

Como herramienta adicional para explorar la estructura de correlación de los parámetros entre sí (alta correlación es síntoma de problemas relacionados a la multicolinealidad al realizar el ajuste) se presenta a continuación la tabla de correlaciones correspondiente.

Tabla 7: Resultado análisis de correlación de los parámetros del modelo.



En la gráfica anterior, para cada par de variables, por encima de la diagonal principal del gráfico de correlaciones, se observan gráficamente las asociaciones bivariadas entre parámetros (en celeste la asociación entre los pares de parámetros para la variable de estado número de moscas fértiles y en naranja para el número de moscas estériles).

Bajo la misma, de manera simétrica, se ubican los valores de los coeficientes de correlación lineal correspondientes

Se puede observar que existen relaciones lineales y no lineales entre los parámetros. Puede ocurrir que, aun cuando el valor del coeficiente de correlación lineal sea bajo exista correlación entre ellos. Los coeficientes de correlación lineal son adecuados para describir asociaciones entre parámetros cuando se trata de una relación lineal.

Valorando los análisis de sensibilidad, multicolinealidad y correlación en forma conjunta, decidí: tomar 5 parámetros para la calibración automatizada, por ser la mayor cantidad de parámetros que es posible incluir en el análisis de multicolinealidad sin sobrepasar el valor umbral establecido (15). Además, incluí a los dos parámetros más sensibles (aun cuando su correlación es alta, -0,72) y excluí la mayor cantidad de parámetros con valores en sus coeficientes de correlación altos. Así los parámetros que selecciono para la calibración automatizada fueron:

Tabla 8: Selección de parámetros según su sensibilidad, correlación y multicolinealidad.

	Participan de la calibración	No participan de la calibración
Mayor sensibilidad	λ k	-
Menos sensibilidad	r_0 γ_3 t_{max}	A γ_2 u γ_1

3.4. Calibración automatizada

La calibración automatizada, realizada por medio del paquete FME con el conjunto de parámetros ya mencionado, mostró el siguiente ajuste como resultado, gráficamente:

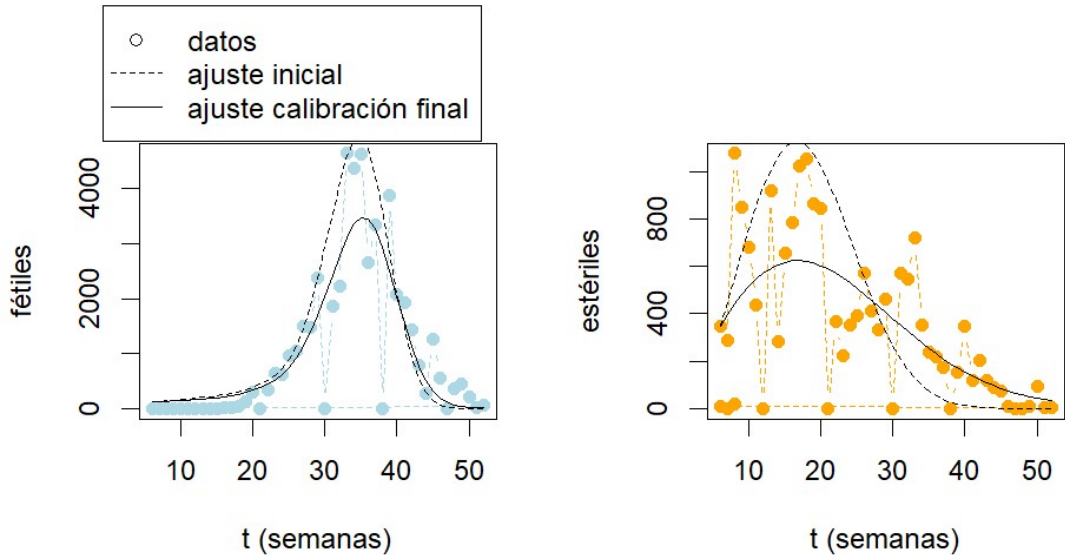


Figura 5: Ajuste final del modelo a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2020/2021 para *C. capitata*.

Es de importancia observar que, el ajuste producido mediante calibración manual (curvas punteadas en la figura 5) resalta los datos con valores mas extremos. Mientas que, el ajuste automático (curvas continuas) toma valores intermedios, suavizando así las curvas de ajuste.

La siguiente tabla presenta los valores finales obtenidos de los parámetros luego de realizado el procedimiento de calibración, incluyendo los p-valores obtenidos al testear la significancia de estos. Se observa, además, que todos los p-valores de los parámetros son estadísticamente significativos, para un nivel de significancia del 5.

Tabla 9: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los datos de la campaña 2020/2021.

Parámetro	Estimación	Error estándar	t-valor	p-valor
t_{max}	19,91775487	0,10976	27,26	$< 2 \cdot 10^{-16}$
r_0	0,02381268	0,13166	-28,39	$< 2 \cdot 10^{-16}$
γ_3	2,87916933	0,39614	2,67	0,00894
k	1,91295902	0,05630	11,52	$< 2 \cdot 10^{-16}$
λ	24,59468083	0,06945	46,11	$< 2 \cdot 10^{-16}$
γ_1	15,314955	*	*	*
γ_2	1,01	*	*	*
u	-0,00054700	*	*	*
A	1,11	*	*	*

Nota: *Al tratarse de valores fijos en la calibración no les corresponden datos de error estándar, t-valor y p-valor dado que no se incluyeron en la misma.

Además, el error estándar de los residuos es 0,6712 para 95 grados de libertad. Y la correlación entre los parámetros es la que se presenta en la tabla a continuación:

Tabla 10: Valores de correlación entre los parámetros ajustados por medio de calibración automatizada para el conjunto de datos 2020/2021.

	t_{max}	r_0	γ_3	k	λ
t_{max}	1	0,89175	0,95148	-0,15510	0,11400
r_0	0,8918	1	0,97087	0,10194	0,02942
γ_3	0,9515	0,97087	1	-0,08318	0,09552
gk	-0,1551	0,10194	-0,08318	1	-0,78750
λ	0,1140	0,02942	0,09552	-0,78750	1

Se pudo observar valores altos en el coeficiente de correlación para los pares de parámetros t_{max} y γ_1 , t_{max} y γ_2 , γ_1 y γ_2 . Esto se observa en el análisis de correlación llevado a cabo en la precalibración (tabla 7), donde estos pares de parámetros también presentan índices de correlación altos. A pesar de esta estructura de correlación alta entre algunos parámetros, la calibración fue satisfactoria, como demuestran los resultados de la tabla 9.

A partir de estos valores de parámetros calculé t^* y t^{**} . El resultado del cálculo de t^* (ec. 7) fue aproximadamente 17 semanas. Para t^{**} (ec. 8), 35 semanas.

El sistema de ecuaciones final, con los valores de parámetros ajustados del modelo a los datos de la campaña 2020/2021, reemplazando en ec. 6, es:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = [-5,47 \cdot 10^{-4} \cdot 2,87916933(t - 19,91775487 \cdot 1,01)^2 + 2,381268 \cdot 10^{-2} \cdot 15,314955] \frac{m^2}{m+n} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(1,91295902 - 1) - 1,91295902 \left(\frac{t}{24,59468083} \right)^{1,91295902} \right] n \cdot 1,11 \end{cases}$$

(ec. 11)

Los resultados obtenidos muestran la relevancia de emplear un modelo no autónomo, cuya tasa de desarrollo depende explícitamente de la temperatura y, por ende, del tiempo. Esta característica introduce una representación más realista del proceso

biológico estudiado, ya que permite capturar el voltinismo de la especie. A diferencia de los modelos autónomos clásicos, que suponen tasas constantes o dependientes únicamente del estado del sistema.

Otro aporte significativo del modelo es la incorporación directa de datos meteorológicos, lo cual fortalece su capacidad descriptiva. Al utilizar datos de temperatura, el modelo logra representar mejor la heterogeneidad ambiental a la que está expuesto el sistema bajo estudio. Esto representa una mejora frente a otros modelos que dependen de parámetros fijos o supuestos más simples, y posibilita analizar la sensibilidad del sistema frente a condiciones climáticas específicas. No obstante, al tratarse de datos meteorológicos de temperatura de un periodo específico (2020/2021), y teniendo en cuenta el cambio climático, la capacidad de predecir del modelo se degradaría con el paso del tiempo.

Finalmente, el desarrollo del modelo considerando el manejo particular utilizado en Mendoza constituye un avance relevante desde el punto de vista aplicado. La adaptación a las prácticas locales garantiza que las predicciones generadas sean útiles para la toma de decisiones en ese contexto. En comparación con modelos más generales o desarrollados para otras regiones, esta adecuación mejora la transferencia del conocimiento hacia el ámbito productivo y potencia el valor práctico del modelo como herramienta de apoyo al manejo.

3.5. Validación

3.5.1. Validación predictiva

El resultado del ajuste correspondiente a la validación predictiva, con la base de datos 2018/2019 modificada a un vector de tiempo de 46 semanas, queda representado gráficamente como se observa a continuación:

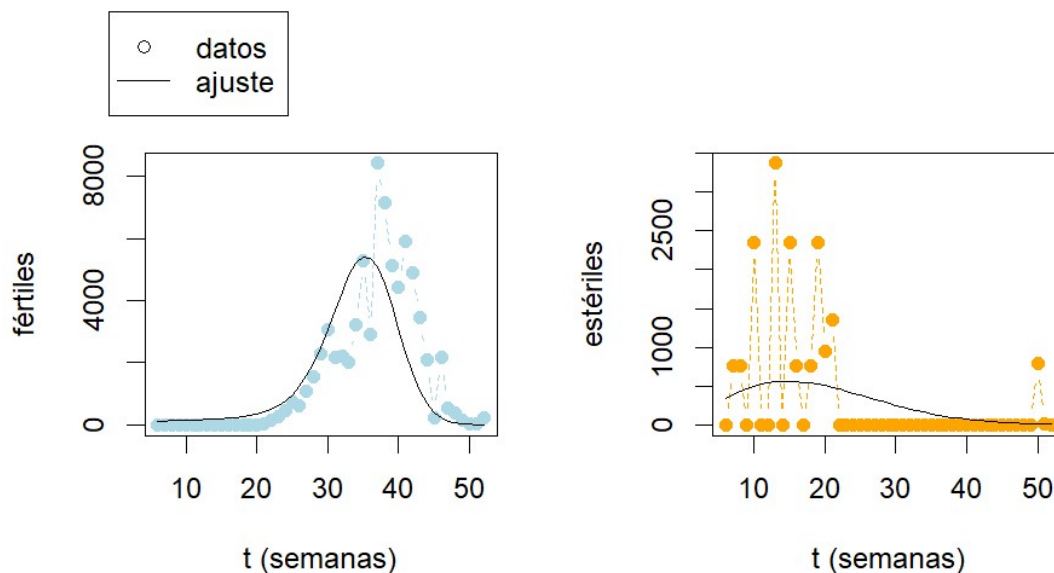


Figura 6: Ajuste del modelo a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2018/2019 para *C. capitata* con los parámetros estimados en la calibración automatizada.

El ajuste estadístico entre los datos 2018/2019 y el modelo con los parámetros calibrados con los datos 2020/2021 se puede observar en la tabla:

Tabla 11: Indicadores estadísticos de ajuste de la validación predictiva utilizando los datos de la campaña 2018/2019 proporcionados por ISCAMEN.

Variable	RMSE	MAE	R2	NSE	RMSE%	MAE%
Fértiles (m)	1325,59	843,01	0,62	0,61	84,87	53,97
Estériles (n)	694,94	413,75	0,24	0,18	197,31	117,47

De acuerdo a estos indicadores, el modelo capta de manera aceptable la dinámica general de las moscas fértiles, pero para moscas estériles la predicción no es adecuada. Probablemente el modelo no esté capturando bien la cantidad o frecuencia de liberación de machos estériles. Esto puede deberse a la variabilidad que existe en la estrategia de liberación de moscas estériles por el ISCAMEN en sus diferentes campañas.

Al obtener resultados poco favorables en la validación predictiva del modelo procedo a una validación estructural del mismo.

3.5.2. Validación estructural

El resultado del ajuste correspondiente a la validación estructural, luego de recalibrar el modelo con los datos 2018/2019, queda representado gráficamente como se observa a continuación:

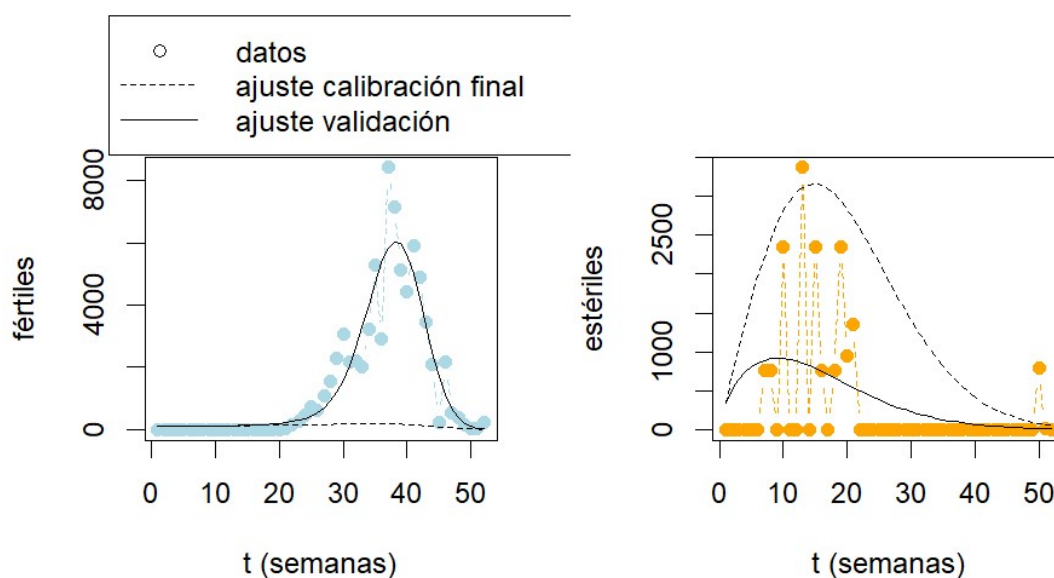


Figura 7: Ajuste final del modelo, generada por la validación estructural, a los datos proporcionados por ISCAMEN de su campaña 2018/2019 para *C. capitata*.

Comparando las dos campañas, la campaña 2018/2019 tiene registros correspondientes a 52 semanas y la campaña 2020/2021 tiene registros correspondientes a 46 semanas, se observa que la solución para la EDO cambia aún utilizando los parámetros resultantes de la calibración como parámetros de partida para el ajuste de la validación. La solución con 46 semanas tiene su máximo para las moscas fértiles alrededor del 3000 y para las estériles alrededor del 600. Mientras que la solución con 52 semanas tiene los máximos de moscas fértiles y estériles en 200 y 3000, respectivamente.

Los resultados de las estimaciones se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 12: Resultados del análisis estadístico del ajuste del modelo a los datos de la campaña 2018/2019.

Parámetro	Estimación	Error estándar	t-valor	p-valor
t_{max}	21,89602811	0,07571	40,767	$< 2 \cdot 10^{-16}$
r_0	0,02640278	0,16231	-22,391	$< 2 \cdot 10^{-16}$
γ_3	2,81957923	0,33392	3,104	0.00249
k	1,55028932	0,05652	7,757	$7,91 \cdot 10^{-12}$
λ	17,77172046	0,16501	17,439	$< 2 \cdot 10^{-16}$
γ_1	15,314955	*	*	*
γ_2	1,01	*	*	*
u	-0,000547	*	*	*
A	1,11	*	*	*

*Al tratarse de valores fijos en la calibración no les corresponden datos de error estándar, t-valor y p-valor.

El error estándar de los residuos es 0,6712 para 95 grados de libertad.

El siguiente cuadro presenta los valores de correlación entre parámetros resultantes para este ajuste.

Tabla 13: Valores de correlación entre los parámetros ajustados por medio de calibración automatizada para el conjunto de datos 2018/2019.

	t_{max}	r_0	γ_3	k	λ
t_{max}	1	0,7418	0,90125	-0,03863	-0,14900
r_0	0,74176	1	0,93451	-0,10338	0,27123
γ_3	0,90125	0,9345	1	-0,07063	0,03575
k	-0,03863	-0,1034	-0,07063	1	-0,80490
λ	-0,14900	0,2712	0,03575	-0,80490	1

Semejante a lo que ocurre con el primer ajuste automático (calibración), los parámetros evaluados son significativos para un nivel de significancia del 5% y los residuos son de baja magnitud, lo que indica un buen ajuste del modelo a los datos observacionales. Esto reafirma la capacidad del modelo de predecir lo observado en la dinámica de crecimiento poblacional de *C. capitata* observada en el departamento de Guaymallén, Mendoza, Argentina en las campañas 2018/2019 y 2020/2021 con intervención mediante TIE.

A partir de estos nuevos valores de parámetros calculé t^* y t^{**} . El resultado del cálculo de t^* (ec. 7) fue aproximadamente 9 semanas. Para t^{**} (ec. 8), 38 semanas.

Finalmente, el sistema de ecuaciones con los valores de parámetros ajustados del modelo a los datos de la campaña 2018/2019, reemplazando en la ec. 6, es:

$$\begin{cases} \frac{dm}{dt} = [-5,47 \cdot 10^{-4} \cdot 2,81957923 (t - 21,89602811 \cdot 1,01)^2 + 2,640278 \cdot 10^{-2} \cdot 15,314955] \frac{m^2}{m+n} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{1}{t} \left[(1,55028932 - 1) - 1,55028932 \left(\frac{t}{17,77172046} \right)^{1,55028932} \right] n \cdot 1,11 \end{cases}$$

(ec. 12)

Finalmente, puedo concluir que el modelo es válido estructuralmente, lo que indica que la estructura del modelo representa con precisión razonable el sistema real. Sin embargo, no se pudo comprobar la validez predictiva del modelo ajustado a partir de los

datos de la campaña 2020/2021 proporcionados por ISCAMEN. Esto podría deberse a variaciones en el manejo realizado, condiciones climáticas y otras variaciones ambientales entre las campañas analizadas. No obstante, esto no asegura que el modelo no sea capaz de predecir otras campañas y esto debería probarse, de ser posible, con datos de otras campañas de manejo monitoreadas por ISCAMEN.

Con el objetivo de garantizar la reproducibilidad del trabajo realizado, creé un repositorio público en GitHub que contiene todos los materiales asociados al desarrollo del modelo (el link al mismo se encuentra en el anexo). En dicho repositorio se incluyen los scripts utilizados en las distintas etapas del proceso: precalibración, calibración, validación predictiva y validación estructural. Los códigos en R fueron empleados principalmente para el ajuste del modelo, el análisis estadístico y la generación de gráficos. Además, el repositorio dispone de los conjuntos de datos empleados en el estudio. Este material permite reproducir completamente los análisis presentados y facilita su extensión a otros escenarios o conjuntos de datos.

4. Conclusiones

Los resultados obtenidos en este trabajo respaldan la hipótesis inicial: es viable construir un modelo matemático de crecimiento continuo capaz de representar el comportamiento del crecimiento poblacional de *C. capitata* teniendo en cuenta las características multivoltinas y el comportamiento reproductivo de la especie que incorpore la estructura de adultos salvajes y adultos estériles introducidos bajo la TIE. La calibración del modelo, realizada con datos empíricos recolectados en Guaymallén, Mendoza, demostró su capacidad para reproducir de manera precisa la dinámica poblacional de la especie durante dos campañas diferentes, en contextos de intervención mediante la TIE.

En cuanto a los objetivos planteados al comienzo del estudio, puede afirmarse que el objetivo general fue alcanzado satisfactoriamente, ya que se logró formular y aplicar un modelo que describe adecuadamente el crecimiento de la población de *C. capitata* considerando escenarios de control mediante TIE.

Respecto de los objetivos específicos, el primero de ellos, referido al planteo de modelos para el crecimiento poblacional con intervención, fue cumplido a través de la formulación de sistema de ecuaciones diferenciales, que incorporó características de la dinámica de la especie y la influencia de la liberación de insectos estériles. Este paso resultó fundamental para establecer la base del trabajo y orientar los análisis posteriores.

El segundo objetivo específico, orientado a la identificación y calibración de parámetros, también fue alcanzado. Mediante la utilización de herramientas de estimación se logró ajustar los valores de los parámetros del modelo a partir de la información disponible, lo que permitió describir la dinámica de la población bajo condiciones de intervención. Este proceso de calibración constituyó una etapa clave para evaluar la pertinencia y robustez del modelo planteado. Para ambas campañas estudiadas, puede observarse un buen acuerdo entre los datos experimentales y la cantidad de moscas fértiles estimada por los modelos ajustados. En cuanto a la cantidad de moscas estériles liberadas, se observa que (a excepción de algunos picos observados) que las curvas ajustadas capturan en su esencia, la estrategia de liberación.

El presente trabajo profundiza los avances previos en modelos matemáticos para el control de *C. capitata* utilizando TIE, al incorporar en el modelo una tasa de desarrollo variable, capaz de describir el voltinismo propio de la especie. Dicha tasa depende de la temperatura, y como la temperatura varía a lo largo del tiempo, la tasa de desarrollo resulta implícitamente dependiente del tiempo. En la literatura consultada no existen

modelos de este tipo para la mosca del mediterráneo empleando la técnica del insecto estéril.

Además, para los modelos existentes de la temática no encontré alternativas similares aplicadas al manejo de datos reales relevados a campo. Por lo expresado, este trabajo aporta nuevo conocimiento que articula la información y modelación teórica de la especie y la técnica de manejo con información empírica de la problemática.

Desde el punto de vista práctico, el modelo resultante puede servir como insumo para la toma de decisiones sobre la estrategia de control y manejo de la plaga, mientras se mantenga el esquema general de trabajo en el plan de erradicación.

Futuras investigaciones podrían estar orientadas a poner a prueba la idoneidad del modelo en otras escalas y localizaciones y su capacidad de predictiva. Podría contemplarse la utilización de datos correspondientes a unidades espaciales de distinta escala —ya sean de menor o mayor dimensión— en función del volumen de información disponible para cada caso, así como la incorporación de otros departamentos de la provincia de Mendoza. Se puede continuar el trabajo con la construcción de modelos que incluyan otras modificaciones a partir del que se ha propuesto en este trabajo, por ejemplo, introduciendo otro tipo de relación funcional en la segunda ecuación del sistema en lugar de la función de Weibull o cambiando las variables de estado de moscas fértiles y estériles encontradas en las trampas por los índices MTD correspondientes. Adicionalmente, podría indagarse sobre la capacidad del modelo para reflejar los resultados del mismo tipo de manejo en otras especies. Como puede ser *Lobesia botrana* (que también presenta voltinismo) y también *Aedes aegypti*, transmisora del dengue.

La creación de un repositorio de acceso público en GitHub estimo que facilitará la colaboración de personas interesadas en la temática y posibilita incorporar, de manera continua, nuevos modelos relevantes para el control de *C. Capitata* y otras plagas con características similares.

5. Financiaminto

El siguiente trabajo se desarrolla en el marco del proyecto “Modelamiento matemático para el control de *C. capitata* (Mosca del Mediterráneo) y *Lobesia botrana* (Polilla de la vid) en Mendoza”, del cual formé parte, y en el contexto del acuerdo marco entre el Instituto de Sanidad y Calidad Agropecuaria Mendoza (ISCAMEN) y la Facultad de Ciencias Agrarias de la UNCuyo – Cátedra de Matemática.

Dentro del mismo proyecto trabajé con una beca de la Secretaría de Investigación, Internacionales y Posgrado de la UNCuyo para alumnos avanzados en el periodo 2023-2024.

6. Bibliografía

- Agencia de Regulación y Control Fito y Zoonosanitario. s/f. *Guía de procedimientos técnicos para la liberación terrestre de machos estériles de moscas de la fruta (Ceratitis capitata) en Ecuador*. www.agrocalidad.gob.ec.
- Anguelov, Roumen, Yves Dumont, y Jean Lubuma. 2012. "Mathematical modeling of sterile insect technology for control of anopheles mosquito". *Computers and Mathematics with Applications* 64(3):374–89. doi:10.1016/j.camwa.2012.02.068.
- Barclay, Hugh J., Walther H. Enkerlin, Nicholas C. Manoukis, y Jesus Reyes Flores. 2016. *Guidelines for the Use of Mathematics in Operational Area-Wide Integrated Pest Management Programmes Using the Sterile Insect Technique with a Special Focus on Tephritid Fruit Flies*. FAO/IAEA.
- Barón, Percy, Viviana Mok, Lidia Nuñez, Rafael Guillén, y Juan Carlos Rivera. 2008. *Erradicación de moscas de la fruta (Ceratitis capitata y Anastrepha spp.) en las regiones de Lima, Áncash y La Libertad*.
- Bürger, Raimund. 2012. *Introducción al Modelamiento en Biomatemática*.
- Calcagno, Graciela Elena. 2001. "Comportamiento reproductivo en la Mosca del Mediterráneo, Ceratitis capitata (Diptera: Tephritidae) y su aplicación en programas de Control Genético". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
- Charcopa Baque, Jenniffer Jackeline. 2020. *Determinación del ciclo biológico de Ceratitis capitata (Diptera - Tephritidae) en la provincia del Guayas*.
- Cuadrado, Mariano. 2016. "Número de generaciones (voltinismo) en varias especies de mariposas diurnas en una población de Jerez de la Frontera (Cádiz)". *Rev. Soc. Gad. Hist. Nat.* 10:27–31.
- Ben Dhahbi, Anis, Yassine Chargui, Salah Mahmoud Boulaaras, Sana Ben Khalifa, Waleed Koko, y Faisal Alresheedi. 2020. "Mathematical Modelling of the Sterile Insect Technique Using Different Release Strategies". *Mathematical Problems in Engineering* 2020. doi:10.1155/2020/8896566.
- Dyck, V. A., J. Hendrichs, y A. S. Robinson. 2005. *Sterile Insect Technique-Principles and Practice in Area-Wide Integrated Pest Management*.
- FAO. 2011. *Manual de Inspección Fitosanitaria*. División de Comunicación de la FAO Viale delle Terme di Caracalla.
- FAO. 2017. *Integrated pest management of major pests and diseases in eastern Europe and the Caucasus*.
- García Marí, Ferran. 2003. *La mosca mediterránea de la fruta (Ceratitis capitata)*.
- García Marí, Ferran, José María García Álvarez-Coque, y Joanma Mesado. 2002. "La mosca de la fruta Ceratitis capitata y su control en la citricultura valenciana". *Quaderns Agroambientals*.
- ISCAMEN. 2016. *Programa Erradicación de la Mosca del Mediterráneo*. Instituto de Sanidad y Calidad Agropecuaria Mendoza.

- ISCAMEN. 2021. *Memoria Anual 2020|21*.
<https://www.iscamen.com.ar/img/upload/portal/5c9cd0437dc5055aa45636bb939b2561.pdf>.
- ISCAMEN. 2024a. "Dossier Mosca del Mediterráneo en Mendoza".
- ISCAMEN. 2024b. "Mosca Del Mediterraneo".
- Jørgensen, S. E., y G. Bendoricchio. 2001. "Fundamentals of Ecological Modelling". *Elsevier Science*.
- Juan Blasco, María Auxiliadora. 2012. "Control biorracional de *Ceratitis capitata* (Wiedemann): Mejora, aplicación y evaluación de la técnica del insecto estéril". Universitat Jaume I.
- Lanzavecchia, S. B., J. L. Cladera, P. Faccio, N. Petit Marty, J. C. Vilardi, y R. O. Zandomeni. 2008. *Origin and Distribution of Ceratitis capitata Mitochondrial DNA Haplotypes in Argentina*. Vol. 101.
<https://academic.oup.com/aesa/article/101/3/627/8505>.
- Momo, Fernando R., y Ángel R. Capurro. 2006. *Ecología Matemática Principios y aplicaciones*. 1ra edición. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.
- Muñoz M, y A. Gil. 1984. "Desarrollo y reproducción de *Ceratitis capitata* (Wied.) en condiciones artificiales". *Boletín del Servicio de Plagas, Fuera de serie*, 5–84.
- Odum, Eugene, y Fausto Sarmiento. 1998. "Ecología de poblaciones y comunidades". en *Ecología el puente entre ciencia y sociedad*. McGraw-Hill Interamericana.
- Quesada Moraga, Enrique. 2011. *Plagas de insectos y cambio climático*.
- Rossini, Luca, Maurizio Severini, Mario Contarini, y Stefano Speranza. 2020. "EntoSim, a ROOT-based simulator to forecast insects' life cycle: Description and application in the case of *Lobesia botrana*". *Crop Protection* 129.
doi:10.1016/j.cropro.2019.105024.
- Rumi, Alejandra, y Alberto Rodrigues. 2024. *Ecología de poblaciones: leyes, herramientas y aplicaciones*. EDULP.
- Shi, Pei Jian, Gadi V. P. Reddy, Lei Chen, y Feng Ge. 2016. "Comparison of thermal performance equations in describing temperature-dependent developmental rates of insects: (I) empirical models". *Annals of the Entomological Society of America* 109(2):211–15. doi:10.1093/aesa/sav121.
- Smith, Thomas M., y Robert L. Smith. 2007. *Ecología*. Pearson Education, S.A.
- Soetaert, Karline. 2009. "Using R for mathematical modelling (the environment)".
- Soetaert, Karline, y Thomas Petzoldt. 2010. "Inverse Modelling, Sensitivity and Monte Carlo Analysis in R Using Package FME". *JSS Journal of Statistical Software* 33.
<http://www.jstatsoft.org/>.
- Solares Ramírez, Alvaro Alexander. 2018. "Impacto del clima sobre poblaciones de *Ceratitis capitata* en la región sur de Guatemala". Facultad de Ciencias Ambientales y Agrícolas- Universidad Rafael Landívar.
- Strogatz, Steven H. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Perseus Books Publishing, L.L.C.

- Teixeira Caixeta, Eveline, Mayara Loss Franzin, Laércio Zambolim, Madelaine Venzon, Carlos S. Henrique de Carvalho, Antonio Carlos Baião de Oliveira, Marcos Deon Vilela de Resende, Embrapa Café, Coordenadora agrícola, Nestlé Brasil, São Paulo, y Professor aposentado. 2024. "Circular Técnica Manejo integrado de pragas e doenças do café arábica". *Circular Técnica* 008.
- Tripathi, Jai Prakash, Suraj S. Meghwani, Manoj Thakur, y Syed Abbas. 2018. "A modified Leslie–Gower predator-prey interaction model and parameter identifiability". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 54:331–46. doi:10.1016/j.cnsns.2017.06.005.
- Vera, María Teresa. 2016. "Técnica del insecto estéril". en *Manual de Sistemas Cuarentenarios para Plagas Agrícolas*. EEAOC.
- Zavala-López, José Luis., Walther. Enkerlin, J. .. Reyes, y J. .. Hendrichs. 2017. *Guideline for packing, shipping, holding and release of sterile flies in area-wide fruit fly control programmes*. Food and Agriculture Organization of the United Nations : International Atomic Energy Agency.

7. Anexo

La información correspondiente a esta sección se encuentra en el repositorio digital que se encuentra en el siguiente link, con el objetivo de facilitar la accesibilidad y garantizar la reproducibilidad del trabajo realizado.

<https://github.com/mvgayatosoni/Tesina-IRNR-Gaya-Tosoni>